

Análisis y Síntesis de Una Señal Cardíaca Humana.

A. Rodríguez-Franco^{1*}, C. Ríos-Marmolejo², J. De la Torre-Cantú¹

Resumen— En este escrito se desarrolla el estudio de una señal cardíaca humana, se consideran aspectos teóricos y prácticos para trabajar con ella desde un punto de vista de la ingeniería y no de la medicina. En lo concerniente al análisis de la señal de voltaje, se proponen diversas expresiones analíticas para describir a la señal de voltaje cardíaca como una función matemática seccionalmente definida. En lo referente a la síntesis, se proponen diferentes maneras para generar la señal de estudio. Se emplean técnicas teóricas en el dominio del tiempo y se apoyan con herramientas del dominio de la frecuencia. Debe hacerse énfasis en que la señal estudiada es una referencia teórica que no proviene directamente de la medición física a un humano; es decir, todo lo mencionado en este estudio evitó contacto físico y fisiológico con seres humanos.

Palabras claves— Escalón, Parábola, Senoidal, Señal Cardíaca.

Abstract— This paper develops the study of a human heart signal, theoretical and practical aspects are considered to work with it from an engineering point of view and not from medicine. Regarding the analysis of the voltage signal, various analytical expressions are proposed to describe the cardiac voltage signal as a sectionally defined mathematical function. Regarding the synthesis, different ways are proposed to generate the study signal. Theoretical techniques are used in the time domain and are supported with frequency domain tools. It should be emphasized that the signal studied is a theoretical reference that does not come directly from physical measurement to a human; that is, everything mentioned in this study avoided physical and physiological contact with human beings.

Keywords— Heart Signal, parable, sine, step.

I. INTRODUCCIÓN

En la Figura 1 se muestra la señal eléctrica que es el objeto de estudio en el presente trabajo [3], [5], [9], [12].

¹ Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de la Laguna, Blvd. Revolución y Av. Instituto Tecnológico de La Laguna s/n, Torreón, Coahuila, México. C.P. 27000

² Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Lerdo, Av. Tecnológico No. 1555 Sur Periférico Gómez - Lerdo Km. 14.5 Cd. Lerdo, Durango, México. C.P. 35150

* abel.r.f@hotmail.com.

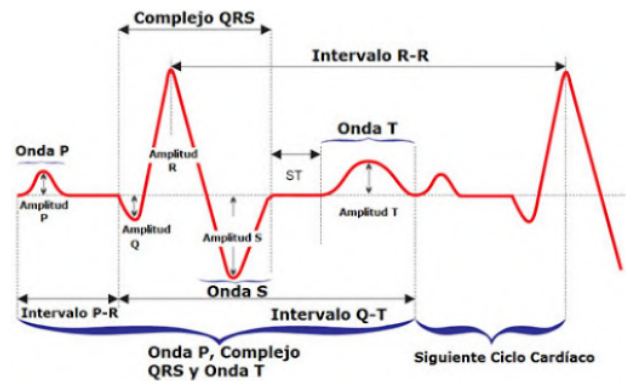


Figura 1. Señal de voltaje en el dominio del tiempo, es la imagen típica y factible de medirse con instrumentación electrónica.

Donde:

t Es el eje horizontal, el tiempo, y sus unidades son segundos.

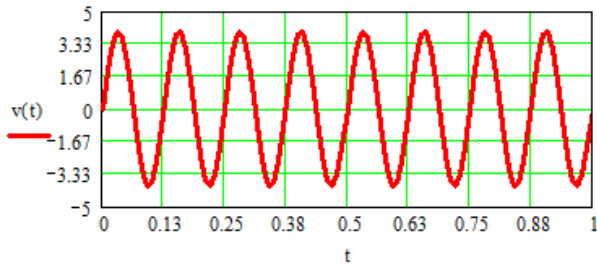
$v(t)$ Es el eje vertical, la amplitud y sus unidades son los volts.

En la Figura 1 se ilustra la señal típica del corazón humano, esta señal regularmente proviene de una medición empleando instrumentación electrónica que podría ser un electrocardiógrafo o un osciloscopio. La señal se origina de la operación armoniosa de cada una de las fibras de músculo estriado que componen las cuatro cámaras cardíacas, aurículas y ventrículos, lo anterior basado en la homeostasis electrolítica intracelular y la integridad del sistema de conducción cardíaca formado por el nodo sinusal, el nodo auriculoventricular y las fibras del haz de His, [3], [5], [12]

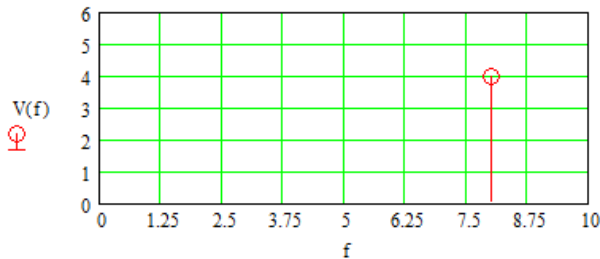
El ciclo cardíaco es el conjunto de eventos que suceden en un latido, y el electrocardiograma muestra las distintas señales eléctricas resultantes de dichos eventos. La gráfica muestra las distintas secciones, que en lenguaje propio de la medicina se les reconoce como onda P, complejo QRS y onda T. También la señal contiene tres intervalos donde no existe valor eléctrico en la señal: el primero de estos se encuentran entre el fin de la Onda P y el principio de la Onda Q; el segundo está entre el fin del complejo QRS y la onda T y el tercero se localiza entre el fin de la Onda T y el principio de la siguiente Onda P, [3], [5], [12].

Toda esta descripción de la señal fue realizada en el dominio del tiempo y éste es el dominio predominante cuando se estudia y trabaja en el área de Medicina [3], [5], [12]. Sin embargo en el presente trabajo se propone usar la teoría de Fourier [1],[2],[4],[6] para estudiar señales

temporales como la señal cardíaca pero trabajarla en otro dominio, el de la frecuencia. La teoría de Fourier, expuesta de manera muy breve, propone el estudio de señales temporales no sólo en el dominio del tiempo sino también en el dominio de la frecuencia, este dominio frecuencial es propio del ingeniero y no es muy estudiado por los médicos. Ver Figura 2.



(a)



(b)

Figura 2. Una señal en dos dominios
(a) Señal temporal senoidal f=8 Hz
 $v(t) := 4 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$
(b) La correspondiente señal frecuencial de v(t), según Fourier.

II. PARTE TÉCNICA DEL ARTÍCULO

ANÁLISIS 1.

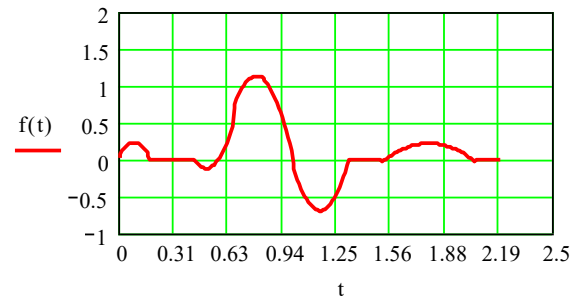
Observando la señal mostrada en la Figura 1 y considerando que cada Onda P,Q,R,S y T se puede aproximar a una parábola restringida en su dominio temporal, se obtiene la expresión que describe la señal cardíaca y se especifica por la Ecuación 1.

Para realizar este análisis 1 se empleó el paquete conocido como Geogebra [10], esta aplicación computacional permite modelar expresiones matemáticas específicas a partir de ciertas restricciones. Ver Figura 3.

$$f(t) := \begin{cases} \frac{1 - 1132.72t^2 + 196.21t}{43.39} & \text{if } 0 \leq t \leq 0.18 \\ \frac{-12.95 - 52.22t^2 + 52.54t}{-2} & \text{if } (0.44 \leq t < 0.66) \\ \frac{-0.6 - 1.03t^2 + 1.63t}{0.04} & \text{if } 0.66 \leq t < 1 \\ \frac{-68.58 - 52.22t^2 + 120.91t}{-2} & \text{if } 1 \leq t \leq 1.32 \\ \frac{-4.38 - 1.4t^2 + 5t}{0.4} & \text{if } 1.52 \leq t \leq 2.05 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Ecuación (1)

(a)



(b)

Figura 3. Ecuación de la señal cardíaca aproximando cada onda a una parábola recorrida en el tiempo (a) Ecuación (1). (b) Gráfica de la ecuación (1).

ANÁLISIS 2.

Observando la señal mostrada en la Figura 1 y considerando que cada onda P,Q,R,S y T se puede aproximar a una senoidal limitada en su dominio temporal se obtiene la expresión que describe la señal cardíaca y se especifica por la Ecuación 2.

Para realizar este análisis 2 se empleó el paquete conocido como Mathcad [11]. Ver Figura 4.

$$g(t) := \begin{cases} 0.3 \sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t) & \text{if } 0 \leq t \leq 0.18 \\ -0.25 \sin[2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot (t - 0.66)] & \text{if } (0.44 \leq t < 0.54) \\ 0.3 + 0.7 \sin[2 \cdot \pi \cdot f_3 \cdot (t - 0.55)] & \text{if } 0.54 \leq t < 1.25 \\ 0.09 + 0.2 \sin[2 \cdot \pi \cdot f_4 \cdot (t - 1.54)] & \text{if } 1.5 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Ecuación (2)

(a)

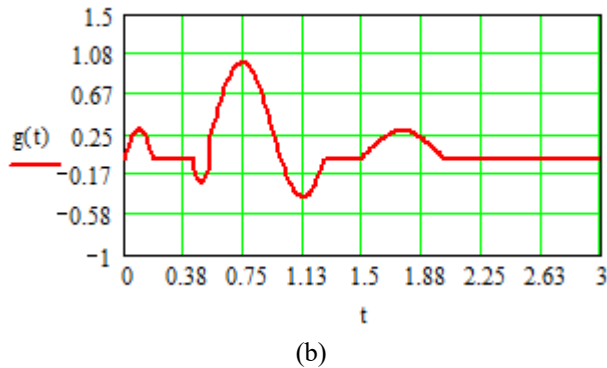


Figura 4. Ecuación de la señal cardíaca aproximando cada onda a una senoidal recorrida en el tiempo (a) Ecuación (2). (b) Gráfica de la Ecuación (2).

ANÁLISIS 3.

Aplicando la teoría de Fourier a la señal de la Figura 1 se obtiene la magnitud del espectro de la señal temporal de la Figura 1 y se muestra la magnitud del espectro en la Figura 5.

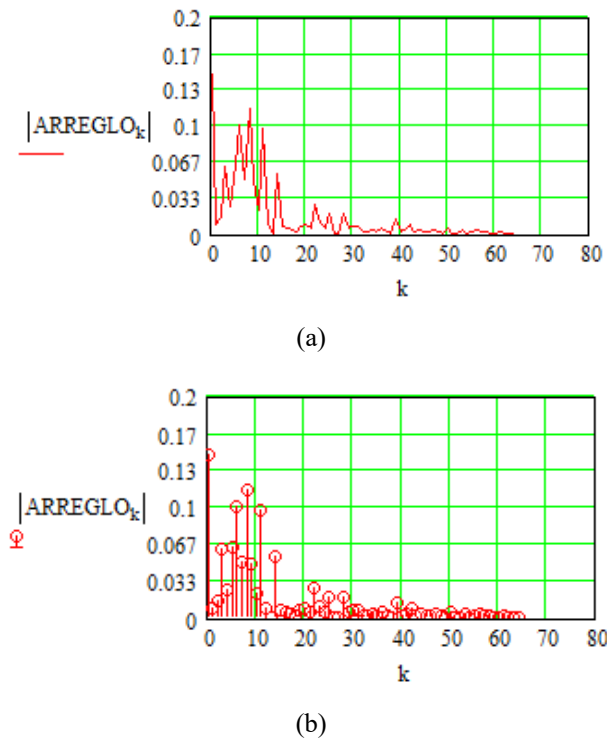


Figura 5. Magnitud del Espectro de la señal cardíaca de la Figura 1. Es la representación de la misma señal de la Figura 1 pero en el dominio de la frecuencia; es decir, se aplicó la teoría de Fourier a la señal de la Figura 1. (a) Magnitud del espectro considerándola como una señal continua. (b) Magnitud del espectro considerándola una señal discreta.

SÍNTESIS.

Para la creación de la señal cardíaca de varios periodos se procedió con la siguiente metodología:

- 1º) Teniendo la señal cardíaca obtenida por métodos de análisis, se escaló la función en el tiempo y en la amplitud para tener valores más apegados a la realidad humana.
- 2º) Se grabó esa señal en un arreglo de una dimensión; es decir, se cambió una función matemática escalada en el tiempo así como en la amplitud a un grupo de datos localizados en direcciones de memoria.
- 3º) Se aumentó la cantidad de periodos simplemente replicando N veces el periodo obtenido en el análisis.
- 4º) Se creó una arreglo de una dimensión en el dominio del tiempo con una longitud de datos igual a la longitud de datos de amplitud.
- 5º) Se creó una matriz donde la primer columna es la del tiempo y la segunda columna es la de la amplitud.

SÍNTESIS 1

En la Figura 6 se muestran tres periodos de la señal desarrollada en el análisis 1.

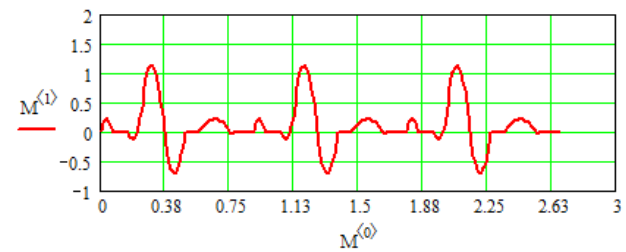


Figura 6. Síntesis de la señal mostrada en la Figura 3. Se graficaron tres periodos.

SÍNTESIS 2

En la Figura 7 se muestran tres periodos de la señal desarrollada en el análisis 2.

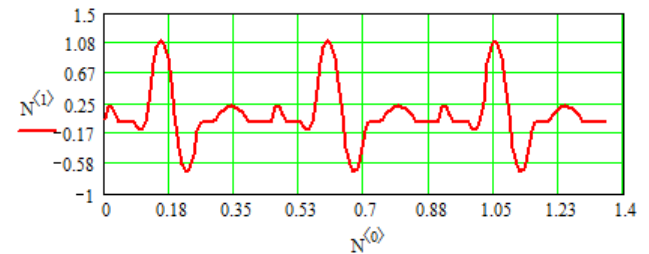


Figura 7. Síntesis de la señal mostrada en la Figura 4. Se graficaron tres periodos.

SÍNTESIS 3.

En la Figura 8 se muestran tres periodos de la señal desarrollada en el análisis 3. En este caso se emplearon nueve armónicos para su creación y aun así se aprecia a simple vista que dista mucho de ser semejante a la señal cardíaca de las otras figuras. Este resultado era de esperarse debido a la complejidad de la señal cardíaca ya que ésta posee cambios abruptos o “esquinas” que anticipan que Fourier requeriría demasiados armónicos para tener una representación adecuada. Usando tantos armónicos o tantos componentes frecuenciales ni siquiera así se pudo sintetizar adecuadamente la señal.

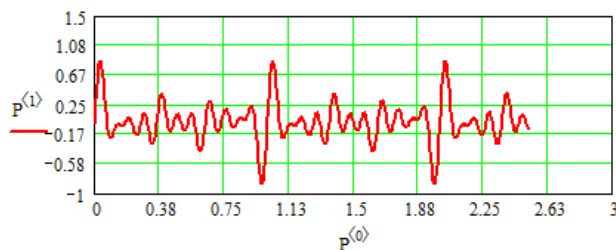


Figura 8. Síntesis de la señal cardíaca usando nueve armónicos del análisis de Fourier mostrado en la Figura 5. Se grafican aproximadamente tres periodos.

SÍNTESIS 4.

Para la creación de la señal cardíaca mostrada en la Figura 9 se usó instrumentación electrónica empleando un generador de señales arbitrarias comercial.

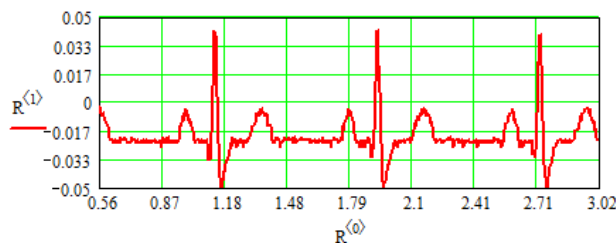


Figura 9. Síntesis de una señal usando el generador de señales arbitrarias. Se grafican aproximadamente tres periodos. Gráfica tomada del paquete de Matemáticas.

SÍNTESIS 5.

La señal mostrada en la Figura 10 se presenta porque resulta de un interés estético; tal vez, también pudiera encontrarse en ella un interés adicional por motivo de la instrumentación electrónica empleada para obtenerla.

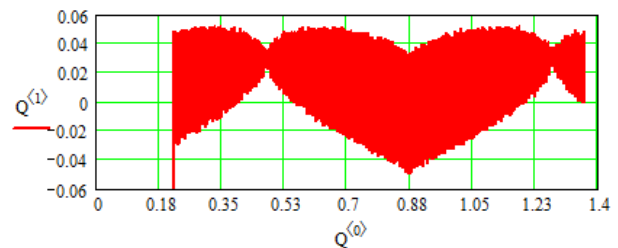


Figura 10. Síntesis de una señal en osciloscopio usando el generador de señales arbitrarias. Gráfica tomada del paquete de Matemáticas.

III. RESULTADOS

RESULTADOS TEÓRICOS.

RT1) Fórmula propuesta para la señal cardíaca usando aproximación con funciones parabólicas, se construye como una suma de funciones temporales y es llamada $h(t)$. Cada término está constituido por escalones adecuadamente recorridos. $escalón(t) = step(t) = \Phi(t)$ es el escalón unitario [7],[8]:

$$\begin{aligned}
 h(t) &:= f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) + f_4(t) + f_5(t) \\
 f_1(t) &:= \left(\frac{1 - 1132.72t^2 + 196.21t}{43.39} \right) \cdot (\Phi(t) - \Phi(t - 0.18)) \\
 f_2(t) &:= \left(\frac{-12.95 - 52.22t^2 + 52.54t}{-2} \right) \cdot (\Phi(t - 0.44) - \Phi(t - 0.66)) \\
 f_3(t) &:= \left(\frac{-0.6 - 1.03t^2 + 1.63t}{0.04} \right) \cdot (\Phi(t - 0.66) - \Phi(t - 1)) \\
 f_4(t) &:= \left(\frac{-68.58 - 52.22t^2 + 120.91t}{-2} \right) \cdot (\Phi(t - 1) - \Phi(t - 1.32)) \\
 f_5(t) &:= \left(\frac{-4.38 - 1.4t^2 + 5t}{0.4} \right) \cdot (\Phi(t - 1.52) - \Phi(t - 2.05))
 \end{aligned}$$

Ecuaciones (3)

RT2) Fórmula propuesta para la señal cardíaca usando aproximación con funciones senoidales construida con escalones unitarios adecuadamente recorridos. Nuevamente $escalón(t) = step(t) = \Phi(t)$ es el escalón unitario [6],[7],[8].

$$h(t) := f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) + f_4(t)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_1(t) &:= (0.3 \sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t)) \cdot (\Phi(t) - \Phi(t - 0.18)) \\ \bar{f}_2(t) &:= [-0.25 \sin[2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot (t - 0.66)]] \cdot (\Phi(t - 0.44) - \Phi(t - 0.54)) \\ \bar{f}_3(t) &:= [0.3 + 0.7 \sin[2 \cdot \pi \cdot f_3 \cdot (t - 0.55)]] \cdot (\Phi(t - 0.54) - \Phi(t - 1.25)) \\ \bar{f}_4(t) &:= [0.09 + 0.2 \sin[2 \cdot \pi \cdot f_4 \cdot (t - 1.54)]] \cdot (\Phi(t - 1.25) - \Phi(t - 2)) \end{aligned}$$

$$f_1=2.778 \quad f_2=4.167 \quad f_3=1.316 \quad f_4=1.22$$

Ecuaciones (4)

RT3) La fórmula expresada con la idea de Fourier no tiene resultados satisfactorios, aun usando nueve armónicos, por lo cual se considera como un resultado deficiente ya que al observar la Figuras 8 sólo tiene leve semejanza a una señal cardíaca.

RESULTADOS PRÁCTICOS.

RP1) En la Figura 11 se muestra la validación de la Figura 6 pero sí empleando instrumentación electrónica; es decir usando el osciloscopio.

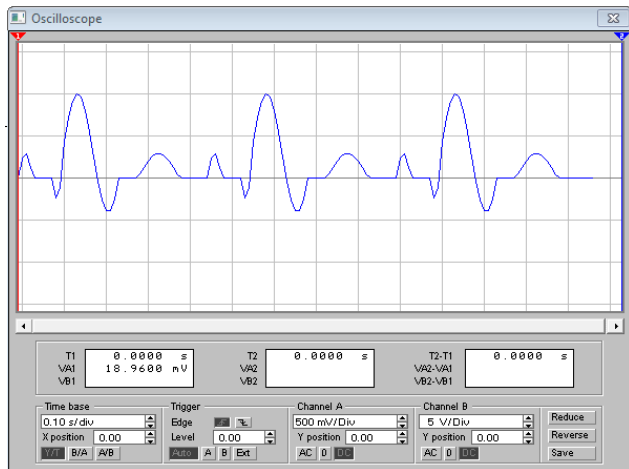


Figura 11. Señal cardíaca vista en el osciloscopio y sintetizada según la Figura 6.

RP2) En la Figura 12 se muestra la validación de la Figura 7 pero sí empleando instrumentación electrónica; es decir usando el osciloscopio.

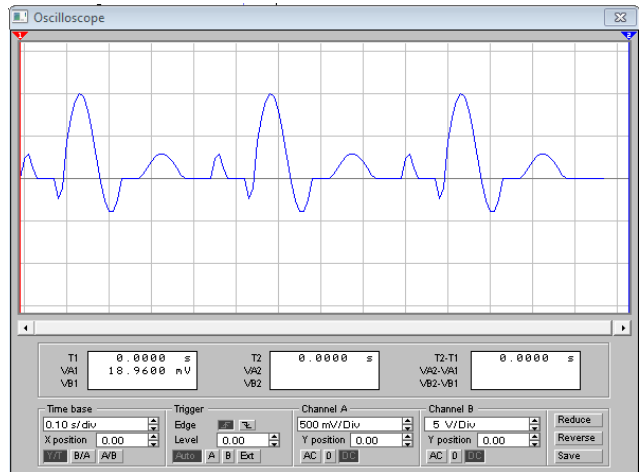


Figura 12. Señal cardíaca vista en el osciloscopio y sintetizada según la Figura 7.

RP3) En la Figura 13 se muestra la validación de la Figura 8 pero sí empleando instrumentación electrónica; es decir usando el osciloscopio.

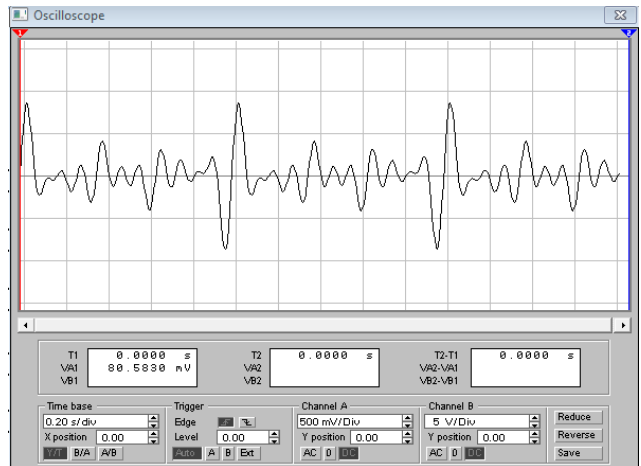


Figura 13. Señal cardíaca vista en el osciloscopio y sintetizada según la Figura 8.

RP4) En la Figura 14 se muestra la validación de la Figura 9 pero sí empleando instrumentación electrónica; es decir usando el osciloscopio.

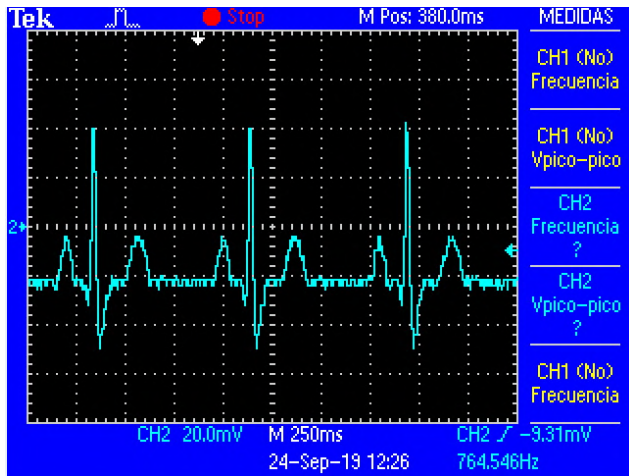


Figura 14. Señal cardíaca vista en el osciloscopio y sintetizada según la Figura 9.

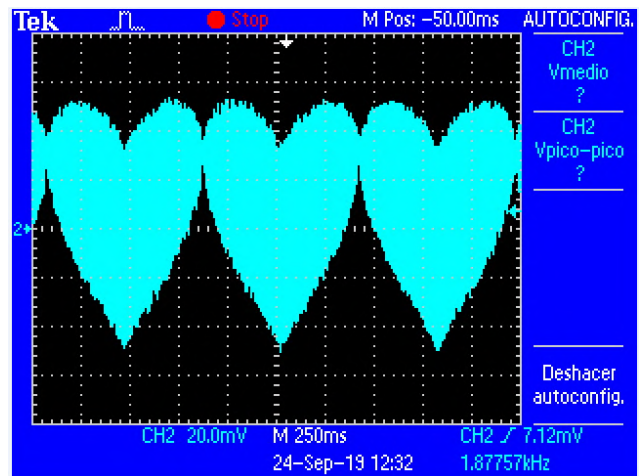


Figura 15. Señal estéticamente agradable, vista en el osciloscopio y sintetizada según la Figura 10.

RP5) En la Figura 15 se muestra en el osciloscopio las señales de entrada y salida de un transformador elevador de tensión donde a la entrada del transformador se alimenta la señal cardíaca sintetizada por cualquiera de los procedimientos aquí propuestos y a la salida del circuito se obtiene la misma señal pero elevada en valores de amplitud. La señal de salida de este circuito hipotéticamente podría ser aplicada mediante electrodos a un paciente con la intención de producir una desfibrilación mediante una idea diferente de la que usan actualmente los desfibriladores comerciales [5]. Evidentemente los valores de amplitud deberían ser mayores.

IV. DISCUSIÓN, CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES

En el desarrollo de este trabajo se propusieron expresiones analíticas para una señal cardíaca. Cada propuesta teórica aquí encontrada es en realidad una fórmula matemática de una función, cuyo dominio es el tiempo y su contradominio es el voltaje.

Cada señal cardíaca sintetizada en este estudio, representa una sola de tantas posibles señales que es factible encontrarse con la medición de un electrocardiograma.

De ninguna manera se pretendió sustituir al corazón, sólo se encontraron resultados teóricos y validaciones prácticas que podrían ser útiles para posteriores trabajos, encaminando estos, a lograr instrumentación electrónica, factible de aplicarse a procedimientos terapéuticos, primero dirigidos a animales, y si se cumplieran protocolos apropiadamente evaluados, entonces eventualmente podrían aplicarse a humanos.

Colaborando adecuadamente equipos de médicos y equipos de ingenieros las ideas vertidas en el presente trabajo podrían aplicarse a la docencia en medicina. Así como se encontró sintetizar señales cardíacas provenientes hipotéticamente de un corazón sano, no se tendrían muchos inconvenientes para sintetizar señales cardíacas con alguna cardiopatía sin necesidad de buscar humanos que las generen.

El mejor “dispositivo” para sintetizar una señal cardíaca es el corazón mismo.

En el desarrollo teórico de este trabajo se proponen representaciones simbólicas, mediante fórmulas explícitas, para señales típicas en un laboratorio de Electrónica y se sustentan sus representaciones teóricas con validaciones prácticas fácilmente realizables.

La teoría de Fourier puede representar un campo nuevo para la medicina que sería altamente conveniente explorar. El carácter discreto de la obtención de un espectro de Fourier podría apoyar al diagnóstico automatizado de

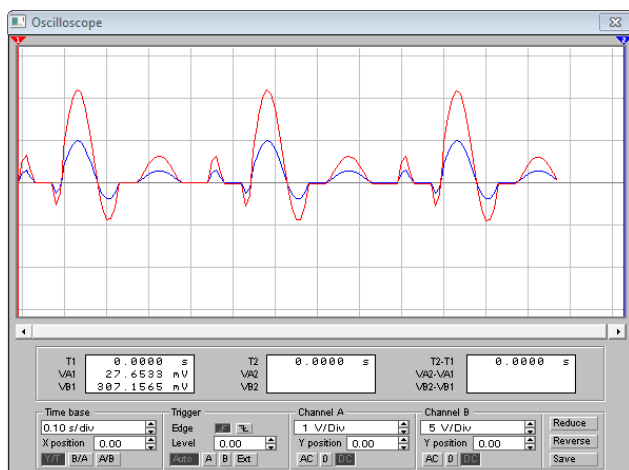


Figura 15. Señal cardíaca vista en el osciloscopio pero usando un transformador de subida.

RP6) En la Figura 16 se muestra la validación de la Figura 10 pero sí empleando instrumentación electrónica; es decir usando el osciloscopio.

cardiopatías, ya que la existencia de componentes frecuenciales encontrados en un espectro de un paciente en vías de diagnóstico, podría significar la manifestación de alguna cardiopatía. Toda la idea de Fourier apoyaría los diagnósticos con electrocardiogramas, que en estos días, tales diagnósticos, se realizan a partir de señales en el dominio del tiempo.

En un hipotético trabajo interdisciplinar, se tiene la total certeza, que redundaría en beneficios para los ingenieros y para los médicos.

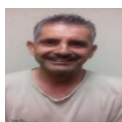
AGRADECIMIENTO.

Los autores agradecen al Tecnológico Nacional de México, al Instituto Tecnológico de la Laguna y al Instituto Tecnológico Superior de Lerdo por las facilidades brindadas para desarrollar y divulgar el presente trabajo. Reciba un agradecimiento especial la Dra. Rosalía Vallejo Rodríguez, médico especialista en Imagenología adscrita a la clínica del Seguro Social de la ciudad de Gómez Palacio Dgo., México.

V. REFERENCIAS

- [1] Oppenheim, A. V. (1998). Señales y Sistemas. Ed. PHH.
- [2] Hsu, H. P. (1973). Análisis de Fourier. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.
- [3] Pró, Eduardo; Latarjet, Michael; Ruiz Liard, Alfredo (2019). Anatomía Humana. Ed. Panamericana.
- [4] Spiegel, Murray R. (1995) Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas. Ed. Mc Graw Hill.
- [5] Guyton, A. C. Hall, J. E. (2016). Tratado de Fisiología Médica. Ed. Elsevier, Edición 139ª.
- [6] Irarrázaval M., Pablo. (1999). Análisis de Señales. Ed Mc Graw Hill.
- [7] Rodríguez Franco, A. (2018). Revista CID (Ciencia Investigación y Desarrollo), pp 29-34.
- [8] Rodríguez Franco, A. (2019). Revista CID (Ciencia Investigación y Desarrollo). pp 56-62.
- [9] Bistel Esquivel, R. A.; Fajardo Márquez, A. (2015). Design of a System for Acquisition and Processing ECG's Signals based on Virtual Instrumentation. Ingeniería Electrónica Automática y Comunicaciones. La Habana Cuba.
- [10] www.geogebra.com.
- [11] www.mathcad.com.
- [12] Guadalajara Boo, J. F. (2018). Cardiología. Ed. Méndez Editores, Edición 8.

VI. BIOGRAFÍAS



De la Torre Cantú Jorge, nació en Torreón, Coahuila, México el 9 de mayo de 1962. Obtuvo el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica en la División de Posgrado del Instituto Tecnológico de la Laguna (I.T.L.) en el año de 1989. Titulado como Ingeniero Industrial en Electrónica en Torreón, Coahuila, México en el año de 1984.

Ha impartido diversas materias a nivel licenciatura para las carreras de Electrónica, Eléctrica y Mecatrónica en el I.T.L. A nivel maestría lo ha hecho en un par de ocasiones para la división de Posgrado del I.T.L. Él actualmente trabaja como docente en la ciudad de Torreón en el Dpto. de Eléctrica-Electrónica del I.T.L. A él le ha divertido seguir las líneas de investigación en torno a los F.P.G.A.'s.

M.C. De la Torre forma parte de la Academia de Electrónica del I.T.L.



Ríos Marmolejo César. Nació el 30 de junio del año 1971 en la ciudad de Gómez Palacio Durango, México. Maestría en Ciencias de Ingeniería Eléctrica por el Instituto Tecnológico de la Laguna. Torreón, Coah., México. Maestro en Sistemas Computacionales desde diciembre del año 2019. Especialista en Ingeniería Mecatrónica por el Instituto Tecnológico Superior de Lerdo en Cd. Lerdo, Durango, México en el año 2016. Obtiene el grado de Licenciatura en Ingeniería Electrónica por el Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, Coah., México en el año 1997.

Él actualmente labora como Jefe de la División de Posgrado y Docente de la Especialización en Ingeniería Mecatrónica del Instituto Tecnológico Superior de Lerdo, Cd. Lerdo. Durango, México. También ha impartido diferentes materias del área de electrónica y redes computacionales para las carreras de Ingeniería en Sistemas Computacionales y Licenciatura en Informática. Las líneas académicas de interés son Sistemas Automáticos de Control y desarrollo de sistemas computacionales.

El MC Ríos forma parte del consejo de posgrado del ITSLS



Rodríguez Franco Abel. Nació el 6 de junio del año 1960 en la ciudad de Torreón Coahuila México. Obtiene el grado de Maestro en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones por el CICESE, Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada, Baja California, México en el año 1994. Obtiene el grado de Licenciatura en Ingeniería Industrial Electrónica por el Instituto Tecnológico de la Laguna en el año 1981.

Él actualmente labora como docente titular en el Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Energías Renovables del Instituto Tecnológico de la Laguna. Las líneas académicas de interés son el Manejo de Señales Analógicas y Digitales, Sistemas Automáticos de Control y las Comunicaciones Electrónicas.

El MC Rodríguez Franco forma parte de la academia de Electrónica en el ITL.