

Simulación Transitoria de un Modelo Electromagnético Didáctico de Elemento Finito en 2D usando Software Libre

J. M. Díaz-Chacón¹, G. Cuevas-Ochoa¹, C. Amaro-Hernández¹, A. Navarro-Valle¹, V. Mata Brauer¹

□ **Resumen**— El Método del Elemento Finito es una de las herramientas más utilizadas para analizar el comportamiento de los fenómenos transitorios que ocurren en los dispositivos electromagnéticos. En el área académica, el desarrollo de simulaciones transitorias les permitirá a los estudiantes adquirir los conocimientos y las habilidades necesarias para llevar a cabo dichas tareas en el campo laboral. En este artículo se presenta el desarrollo de una simulación electromagnética transitoria de un modelo didáctico de Elemento Finito en Dos Dimensiones (2D). Esta simulación se basa en la ecuación de difusión electromagnética en el dominio del tiempo. La formulación matemática discreta, definida mediante el potencial magnético vectorial, también se describe de manera breve en este trabajo. Esta formulación se implementa mediante el software libre ONELAB. Los resultados obtenidos muestran que esta simulación se puede utilizar como plataforma de aprendizaje en el análisis de otros modelos electromagnéticos, alimentados por fuentes de corriente variantes en el tiempo, de manera confiable.

Palabras claves— Método del Elemento Finito, simulación transitoria, software libre, electromagnetismo.

Abstract—The Finite Element Method is one of the most widely used tools for analyzing the behavior of transient phenomena occurring in electromagnetic devices. In the academic area, the development of transient simulations will allow students to acquire the knowledge and skills necessary to carry out such tasks in the field. This article presents the development of a transient electromagnetic simulation of a two-dimensional (2D) Finite Element didactic model. This simulation is based on the equation of electromagnetic diffusion in the time domain. The discrete mathematical formulation, defined by the magnetic vector potential, is also briefly described in this paper. This formulation is implemented using the free software ONELAB. The results obtained show that this simulation can be used as a learning platform in the analysis of other electromagnetic models fed by current sources varying in time, in a reliable way.

Keywords— Finite Element Method, transient simulation, free software, electromagnetism.

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente, una de las principales áreas de oportunidad para lograr el uso eficiente de la energía eléctrica es el diseño y optimización de las máquinas eléctricas, tales

como transformadores, generadores, motores, entre otros. Debido a esto, se desarrollan simulaciones aplicando diversas técnicas numéricas que permiten reducir los costos y a su vez, elevar la eficiencia de dichas máquinas.

La creación de nuevas tecnologías computacionales (hardware de alto desempeño) ha favorecido la implementación de estas técnicas numéricas a nivel industrial.

El Método del Elemento Finito (MEF) es un método numérico utilizado para el desarrollo de simulaciones de diversos fenómenos. Para el desarrollo matemático de este método se emplea el método variacional y el método de Galerkin. Este último es el método más usado por su versatilidad en su aplicación.

El MEF es una de las técnicas más utilizadas para el análisis y diseño de dispositivos electromagnéticos [1]-[3], tanto en estado estable como en régimen transitorio. Particularmente, el análisis electromagnético por computadora mediante el MEF se basa en la aplicación de las ecuaciones de Maxwell.

Debido a la importancia de la aplicación del MEF en el diseño de equipo eléctrico, existen una gran variedad de softwares con licenciamiento [4] o libres [5]. Uno de los softwares libres es ONELAB (por sus siglas en inglés Open Numerical Engineering LABORatory). ONELAB fue creado por C. Geuzaine y P. Dular, hace varias décadas [6]. Este software se ha utilizado para desarrollar simulaciones en diversas áreas de la ingeniería, tanto a nivel educativo como a nivel industrial.

ONELAB está compuesto de dos softwares: Gmsh y GetDP. Gmsh consiste en un generador de mallas de Elementos Finitos (EF), y está compuesto por cuatro módulos: geometría, malla, solución y post-procesamiento [7]. Por otro lado, GetDP se usa para implementar la formulación matemática del modelo a resolver y se incluye como parte del módulo de solución de Gmsh.

En este trabajo se presenta el desarrollo y solución de un modelo didáctico en el dominio del tiempo en Dos Dimensiones (2D) usando el software ONELAB. Este modelo didáctico es tomado de la literatura eléctrica y consta de una región conductora (placa), una región de aire y una bobina alimentada por corriente continua [8]-[9]. El objetivo de resolver este modelo es determinar las corrientes inducidas en la placa conductora del mismo.

¹ Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Ingeniería, Blvd. Benito Juárez S/N, Parcela 44, 21280 Mexicali, B.C.

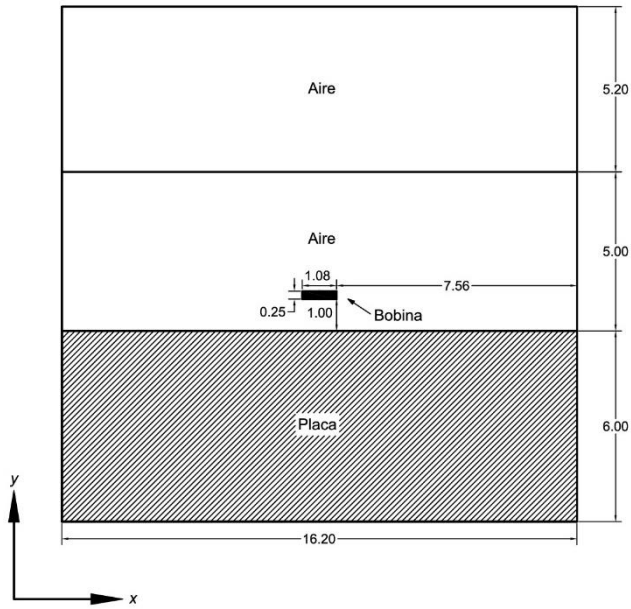


Figura 1. Vista del plano xy del modelo didáctico en 2D

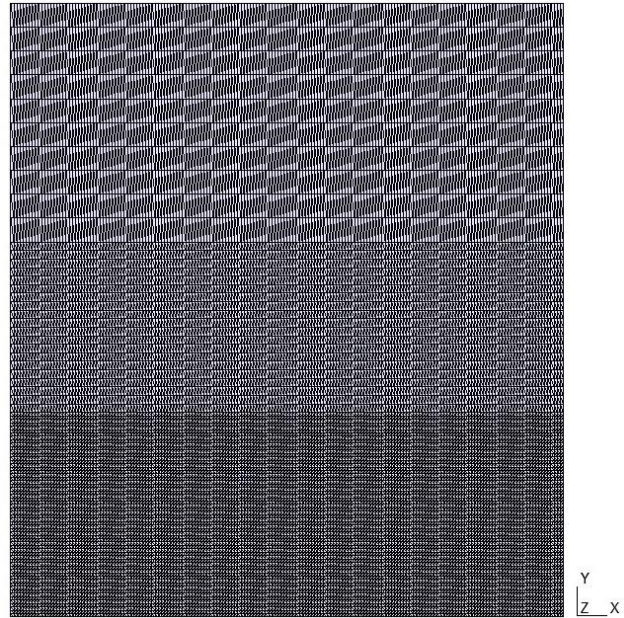


Figura 2. Malla del modelo didáctico en 2D

En este artículo se emplea la formulación electromagnética transitoria basada en el potencial magnético vectorial (A), la cual se discretiza usando elementos triangulares de segundo orden.

Cabe mencionar que el desarrollo de simulaciones electromagnéticas de segundo orden eleva el grado de confiabilidad de los resultados obtenidos.

La formulación magnetodinámica del potencial magnético vectorial (A) permite la obtención de las corrientes inducidas (conocidas también como corrientes de Foucault o corrientes de remolino) en regiones que presentan una alta conductividad.

II. DESARROLLO Y SOLUCIÓN DEL MODELO DIDÁCTICO EN 2D

El MEF se compone de tres etapas principales: pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento.

En la etapa de pre-procesamiento se lleva a cabo la creación del modelo geométrico y de la malla del modelo, donde a su vez, se incluyen las propiedades de los materiales y las condiciones de frontera.

En la etapa de procesamiento se realiza la implementación de la formulación discreta, la cual produce un sistema de ecuaciones dispersas a resolver.

Por último, en la etapa de post-procesamiento se obtienen los resultados derivados de la solución tanto gráficos como numéricos, los cuales permiten realizar un análisis posterior de los mismos.

En las siguientes subsecciones, se describen brevemente las etapas desarrolladas para simular un modelo didáctico en 2D, tomado de la literatura eléctrica, usando el software ONELAB.

A. Parámetros geométricos del modelo didáctico en 2D

Como primer paso, es necesario diseñar el modelo geométrico en 2D. En la Figura 1 se muestra los datos del modelo, proporcionados en milímetros. La geometría y malla del modelo se desarrolló en Gmsh.

B. Generación de la malla del modelo didáctico en 2D

En segundo lugar, se requiere generar la malla del modelo bajo estudio, la cual consiste en elementos triangulares de segundo orden.

En la Figura 2 se presenta la malla estructurada del modelo didáctico. En el eje x de la malla se definieron 180 segmentos equidistantes, mientras que en el eje y se utilizaron tres dimensiones de malla, correspondientes a las regiones aire (superior e inferior) y placa. El número de segmentos equidistantes en el eje y de la región superior de aire fue de 10, mientras que, en la región inferior de aire, que incluye la bobina, fue de 20 segmentos. Finalmente, la región de placa fue definida usando 60 segmentos.

C. Parámetros físicos del modelo didáctico en 2D

Posteriormente, se requieren incorporar los parámetros físicos de los materiales que caracterizan el modelo. En la Tabla I se muestran los parámetros físicos del modelo.

Tabla I
Parámetros físicos del modelo didáctico

Parámetro	Valor
Conductividad de la placa (S/m)	3.5×10^7
Densidad de corriente continua en la bobina (A/m^2)	25
Permeabilidad relativa (aire, placa y bobina)	1

D. Formulación magnetodinámica A del modelo didáctico en 2D

En este artículo, el modelo didáctico es simulado aplicando la formulación magnetodinámica A, basada en la ecuación de la difusión electromagnética en el dominio del tiempo. Para desarrollar esta formulación se requiere la aplicación de las ecuaciones de Maxwell, dadas por:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3}$$

donde \vec{H} es la intensidad de campo magnético (A/m), \vec{J} representa la densidad de corriente eléctrica (A/m²), \vec{D} define la densidad de campo eléctrico (V/m²), \vec{B} es la densidad de flujo magnético (T) y \vec{E} denota el campo eléctrico (V/m).

Para el desarrollo de la formulación A, se requiere también utilizar la relación constitutiva:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{4}$$

donde μ es la permeabilidad magnética (H/m).

En la ecuación (1), el término de la corriente de desplazamiento se desprecia en el análisis de los fenómenos electromagnéticos de bajas frecuencias. Por lo tanto, se obtiene:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \tag{5}$$

Usando la ecuación (2) y aplicando una identidad vectorial se obtiene (6), donde \vec{A} define el potencial magnético vectorial.

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \tag{6}$$

Sustituyendo y reacomodando (4) y (6) en (5), se obtiene:

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \vec{J} \tag{7}$$

donde:

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_e \tag{8}$$

\vec{J}_s es la densidad de corriente impuesta y \vec{J}_e representa la densidad de corriente inducida en los materiales conductores, definida por:

$$\vec{J}_e = -\sigma \left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla V \right] \tag{9}$$

donde σ es la conductividad eléctrica del material (S/m).

Para este artículo se considera el término $\nabla V = 0$, debido a que el campo eléctrico en el conductor sólo es generado por la variación en el tiempo de la densidad de flujo magnético, por lo que se obtiene:

$$\vec{J}_e = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{10}$$

Sustituyendo (10) y (8) en (7), se obtiene la ecuación de difusión electromagnética, dada por:

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{J}_s = 0 \tag{11}$$

Si el dominio de estudio es el plano bidimensional (2D), sólo se consideran existente las componentes en el eje z tanto del potencial magnético vectorial como de las densidades de corriente aplicada e inducida. Considerando lo anterior y aplicando una identidad vectorial al primer término del lado izquierdo de (11), se puede obtener:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A}) = -\frac{1}{\mu} \nabla \cdot \nabla A_z \dots \dots \dots (12)$$

Por lo tanto, la ecuación de difusión en 2D se puede escribir como:

$$\nabla \cdot \frac{1}{\mu} \nabla A_z - \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + J_z = 0 \dots \dots \dots (13)$$

donde A_z y J_z son las componentes en el eje z del potencial magnético vectorial y de la densidad de corriente aplicada, respectivamente.

Para obtener la formulación electromagnética transitoria discreta en 2D, se aplica el método de Galerkin, dado por (14), a la ecuación (13), de la cual se obtiene (15).

$$\int_{\Omega} N R d\Omega = 0 \tag{14}$$

$$\int_{\Omega} \nabla N \cdot \frac{1}{\mu} \nabla A_z d\Omega + \int_{\Omega_c} N \cdot \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} d\Omega_c - \int_{\Omega_s} N \cdot J_z d\Omega_s = 0 \tag{15}$$

donde N es la función de forma y Ω es el dominio de estudio mientras que Ω_c y Ω_s representan la región conductora (placa) y la región de fuente de corriente impuesta (bobina), respectivamente. La ecuación (15) se implementa en la etapa de procesamiento mediante el uso del software GetDP usando el método de Euler ($\Theta = 1$). Las condiciones de frontera han sido omitidas en las ecuaciones anteriores para facilitar la descripción de este trabajo.

III. RESULTADOS OBTENIDOS DEL MODELO DIDÁCTICO

Para llevar a cabo la simulación del modelo didáctico en 2D, se utilizó un equipo de cómputo Server Dell PowerEdge T630, Intel(R) Xeon(R), 1.60 GHz, 16 GB RAM. El tiempo final de la simulación se definió para lograr el estado estable. En las Figuras 3-6 se muestran las distribuciones del potencial magnético vectorial de la simulación del modelo en 2D usando el software ONELAB en distintos tiempos. Es posible visualizar el incremento de la distribución del potencial magnético vectorial, además, se puede observar que en la región de la bobina se ubica la mayor concentración del potencial magnético.

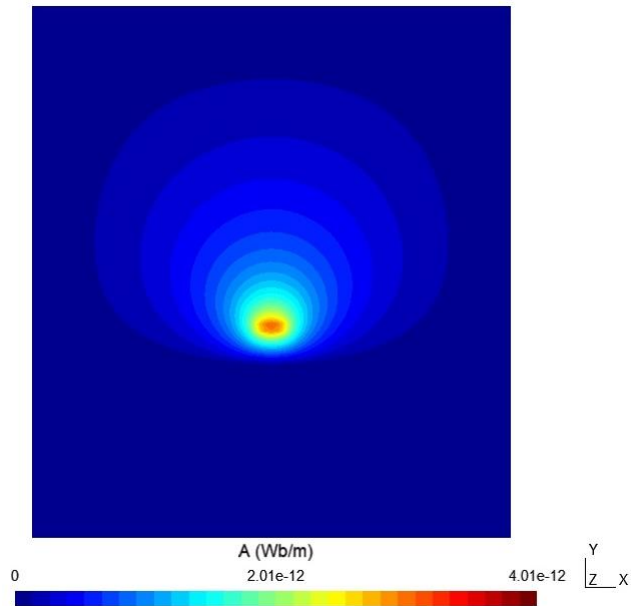


Figura 3. Distribución del potencial magnético vectorial en 1 μ S

En las Figuras 7-8 se presenta la magnitud de la corriente inducida en la placa. Se puede observar que la magnitud de la corriente inducida decae de manera exponencial conforme aumenta la profundidad de la placa y transcurre el tiempo de solución. A su vez, en la Tabla II se presentan algunos parámetros de solución del modelo.

En las Figuras 9-11 se presenta la distribución de corrientes inducidas en la placa en diferentes instantes de tiempo.

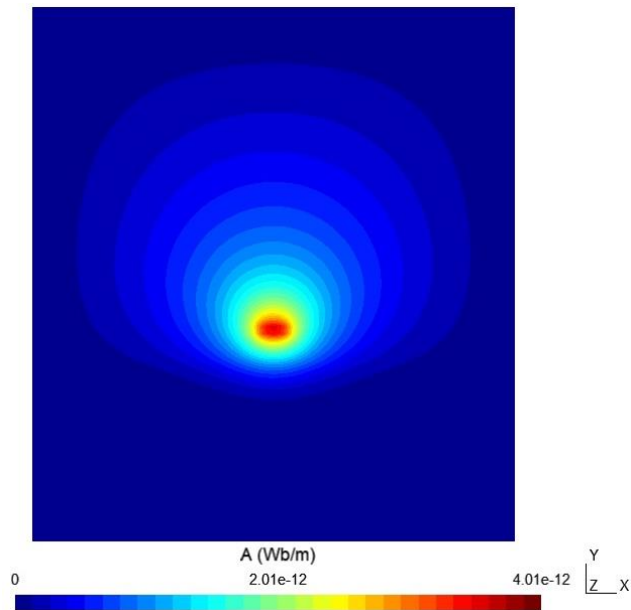


Figura 4. Distribución del potencial magnético vectorial en 20 μ S

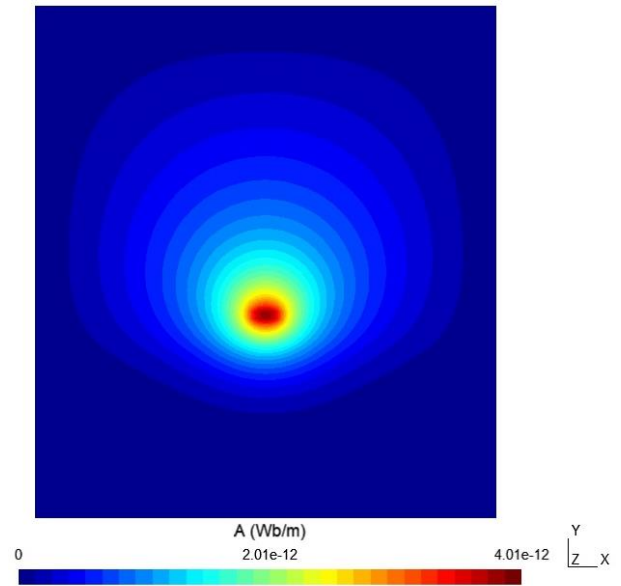


Figura 5. Distribución del potencial magnético vectorial en 60 μ S

Tabla II
Parámetros de solución del modelo didáctico en 2D

Tiempo de solución (s)	1382.58
Número de elementos triangulares de la malla	32400

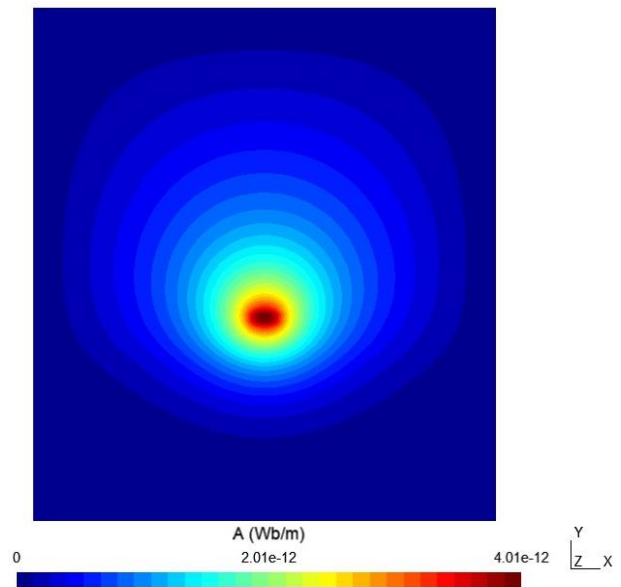


Figura 6. Distribución del potencial magnético vectorial en 100 μ S

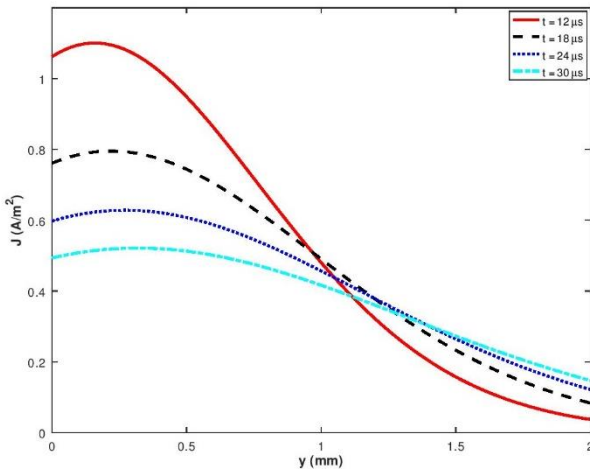


Figura 7. Magnitud de la corriente inducida en la placa a lo largo del eje y en cuatro diferentes instantes de tiempo ($x = 0$)

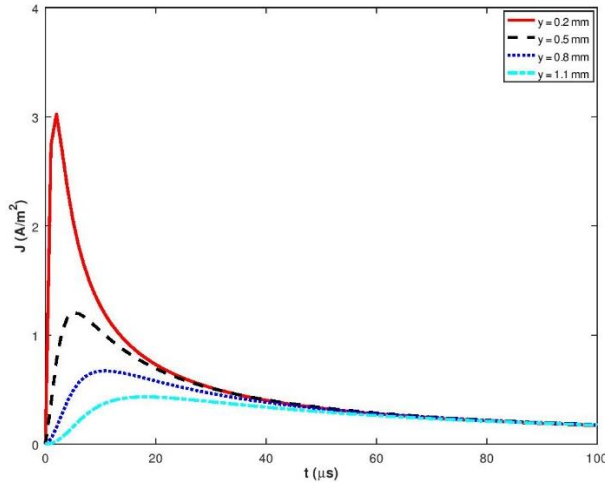


Figura 8. Magnitud de las corrientes inducida en la placa a lo largo del tiempo de solución en cuatro diferentes puntos del eje y ($x = 0$)

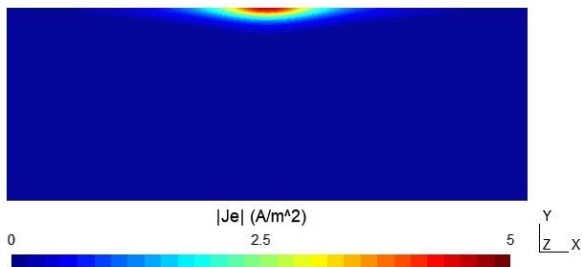


Figura 9. Distribución de las corrientes inducidas en la placa en 1 μ S

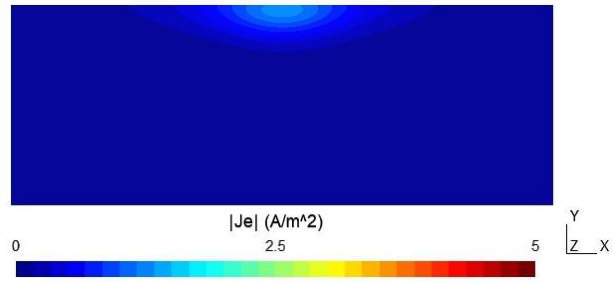


Figura 10. Distribución de las corrientes inducidas en la placa en 10 μ S

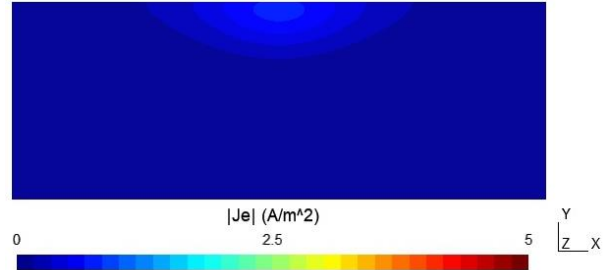


Figura 11. Distribución de las corrientes inducidas en la placa en 20 μ S

IV. CONCLUSIÓN

En este artículo se presentó el desarrollo de una simulación magnetodinámica de un fenómeno transitorio en 2D, usando el software libre ONELAB mediante el uso de elementos triangulares de segundo orden. Los resultados obtenidos en la solución son similares a los presentados en la literatura eléctrica. Con esto se ha demostrado la confiabilidad del software ONELAB para el desarrollo de simulaciones electromagnéticas transitorias en 2D. Esta simulación puede ser utilizada como plataforma por estudiantes de posgrado, para verificar el comportamiento de los materiales conductores en el dominio del tiempo.

V. REFERENCIAS

- [1] Georgilakis, P. S. (2009). *Spotlight on Modern Transformer Design*. Greece: Springer Verlag.
- [2] Dilasser, G., Fazilleau, P., y Tixador, P. (2017). "Experimental measurement and numerical simulation of the screening current-induced field decay in a small ReBCO coil," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 27.
- [3] Hagness, S. C., Taflove, A., y Gedney, S. D. (2005). *Numerical Methods in Electromagnetics*. Troy, New York: Academic Press.
- [4] Sabonnadiere, J.C. y Konrad, A. (1992). "Engineering software-computing EM fields," *IEEE Spectrum*, vol. 29, 52-56.
- [5] Bonneel, P., Besnerais, J. L., Pile, R., y Devillers, E. (2018). "Pyleecan: an open-source Python object-oriented software for the multiphysic design optimization of electrical machines," *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. 948-954.
- [6] Geuzaine, C., Sabariego, R., Geuzaine, C., y Marchandise, E. (2013). "Open Numerical Engineering LABoratory," *11e Colloque National En Calcul Des Structures*.
- [7] Shchuchkin, D. A., Khoroshev, A. S., Y Pavlenko, A. V. (2017). "Application of GMSH + GetDP software suite for calculation of non-stationary electromagnetic fields of electrical devices," *International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*.

- [8] Ludwig, R. (1990). "Numerical and analytical modeling of pulsed eddy currents in a conducting half-space," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26(1), 299-307.
- [9] Ovando-Martínez, R.B.B., Arjona López, M. A., y Hernández Flores, C. (2012). "A finite-element variable time-stepping algorithm for solving the electromagnetic diffusion equation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48(2), 647-650.

VI. BIOGRAFÍA



Díaz Chacón Juan Mauricio nació en Torreón, Coah., México en 1983. Obtuvo el título de Ingeniero Electrónico en 2006 por parte del Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, Coah., México, y los grados de Maestro y Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con especialidad en Ingeniería de Potencia, en 2010 y 2013, respectivamente, por parte de la misma Institución.

Él actualmente labora como Profesor de Tiempo Completo en la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, B.C., México. Sus áreas principales de interés son la aplicación de técnicas numéricas computacionales en el modelado y análisis de máquinas eléctricas, especialmente transformadores.

El Dr. Díaz cuenta con el perfil deseable PRODEP.



Cuevas Ochoa Guillermo nació en Luis B. Sánchez, Sonora, México en 1994. Obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en 2018 por parte de la Universidad Autónoma de Baja California en la ciudad de Mexicali, B.C., México.

Él actualmente cursa la maestría en Ciencias de la Ingeniería en la misma institución. Sus áreas de interés son el diseño de instalaciones eléctricas en baja tensión, el modelado numérico de máquinas eléctricas, principalmente en transformadores y el desarrollo de instrumentos virtuales aplicados a la Ingeniería Eléctrica.



Amaro Hernández César nació en Mexicali, B. C., México en 1965. Obtuvo el título de Ingeniero Mecánico Electricista por parte de la Universidad Autónoma de Baja California en 1989 en la ciudad de Mexicali, B.C., México. Obtuvo el grado de Maestro en Ingeniería Electrónica en el área de instrumentación y control en 2002 y el grado de Doctor en Ingeniería Eléctrica en el área de instrumentación y metrología en 2009, ambos dentro de la mencionada Institución.

Él actualmente labora como Profesor de Tiempo Completo en la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. Sus áreas de interés son el análisis de circuitos eléctricos, instrumentación y control, y la adquisición y procesamiento de datos.

El Dr. Amaro cuenta con el perfil deseable PRODEP.



Navarro Valle Alberto nació en Culiacán, Sinaloa, México en 1963. Obtuvo el título de Ingeniero Mecánico Electricista en 1986 por parte de la Universidad Autónoma de Baja California en la ciudad de Mexicali, B.C., México. Obtuvo el grado de Maestro en Ingeniería en Procesos Industriales, en 2008, por parte de la misma Institución, y el grado de Doctor en Educación, en 2015, por parte del Centro Universitario de Tijuana, en Mexicali, B.C., México.

Él actualmente labora como Profesor de Tiempo Completo en la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, B. C., México. Sus áreas principales de interés son los procesos industriales aplicados a la ingeniería eléctrica y el desarrollo en los estudiantes de competencias profesionales y académicas.

El Dr. Navarro cuenta con el perfil deseable PRODEP.



Mata Brauer Víctor nació en Coatzacoalcos, Ver., México en 1961. Obtuvo el título de Ing. Mecánico Electricista en 1987 por parte de la Universidad Autónoma de Baja California en la ciudad de Mexicali, B.C., México y el grado de Maestro en Ingeniería Eléctrica en 2007 en la misma Institución.

Él actualmente labora como Profesor de Tiempo Completo en la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. Sus áreas principales de interés son el control y pruebas a máquinas eléctricas, especialmente motores de inducción.

El M. I. Mata cuenta con el perfil deseable PRODEP.