

Identificación e implementación de un controlador PID de temperatura basado en la curva de respuesta

E. Machado-Díaz¹, H. Coto-Fuentes¹

Resumen—Los sistemas de control automático son parte esencial en los procesos industriales y han desempeñado un papel importante en el desarrollo de la ingeniería y la automatización. Los métodos más utilizados para la sintonización de controladores introducen errores al modelo matemático de la planta, debido a que se basan en aproximaciones al extraer parámetros de la gráfica de respuesta de la planta. En el presente trabajo se desarrolló un método analítico para la obtención de la ecuación característica del sistema utilizando un sistema de adquisición de datos basado en Python y Arduino. El algoritmo fue validado aplicándolo a un sistema de control de temperatura utilizando un controlador PID sintonizado por el método de Ziegler-Nichols.

Palabras claves—Arduino, Control, PID, Sintonización, Temperatura, Ziegler

Abstract—Automatic control systems are an essential part of industrial processes and have played an important role in the development of engineering and automation. The most commonly used methods for tuning controllers introduce errors to the plant's mathematical model, because they are based on approximations when extracting parameters from the response graph of the plant. In the present work an analytical method was developed to obtain the characteristic equation of the system using a data acquisition system based on Python and Arduino. The algorithm was validated by applying it to a temperature control system using a PID controller tuned by the Ziegler-Nichols method.

Keywords— Arduino, Control, PID, Temperature, Tuning, Ziegler.

I. INTRODUCCIÓN

A. Sistemas de control

Los sistemas de control son parte esencial en los procesos automáticos y han desempeñado un papel importante en el desarrollo de la ingeniería y la ciencia. Los sistemas automáticos son multidisciplinarios siendo utilizados en vehículos espaciales, robótica, control de variables de diferentes variables físicas y en cualquier proceso industrial [1].

El control es el proceso por el cual se mantiene un proceso o sistema en condiciones que se deseen llamadas condiciones de referencia, la finalidad de un sistema de

control es que éste se mantenga estable en un punto fijado.

No es necesario tener el conocimiento interno o cómo interactúan todos los elementos del sistema, si no cuál es la relación entre las señales de entrada y salida de éste, la cual recibe el nombre de función de transferencia y se representa mediante ecuaciones diferenciales [2].

B. Modelo Matemático del sistema

Uno de los aspectos que más importancia tiene en la ingeniería de control es la capacidad de representar los fenómenos físicos utilizando matemáticas para poder analizar el sistema y determinar cuáles son sus características de comportamiento y las limitaciones que tiene mediante su función de transferencia.

Los sistemas pueden representarse de muchas maneras diferentes, por lo que pueden existir representaciones matemáticas diferentes, pero igualmente válidas de acuerdo a cada perspectiva.

El modelo matemático puede obtenerse a partir de las ecuaciones para la resolución de los fenómenos físicos que se encuentran involucrados en el sistema (forma analítica), o registrando el comportamiento de éste mediante adquisición de datos (forma experimental) [3].

Cuando se obtiene un modelo matemático es necesario tomar en cuenta qué simplicidad se requiere, así como la precisión del mismo. Si se tiene un modelo muy básico se están ignorando algunas características del sistema y puede ocasionar errores entre el modelo y la planta real [4].

C. Métodos basados en la curva de respuesta

Normalmente los sistemas de control pueden ser representados por sistemas de primer orden con retardo (1) o segundo orden más retardo (2).

$$G_{p1}(s) = \frac{k_p e^{-t'_{ms}}}{\tau s + 1} \quad (1)$$

$$G_{p2}(s) = \frac{k_p e^{-t'_{ms}}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (2)$$

La respuesta típica de este tipo de sistemas, presenta la misma configuración que un sistema de primer orden puro,

¹Instituto Tecnológico Superior de Lerdo, Av. Tecnológico N 1555 Sur Periférico Gómez – Lerdo Km. 14.5 C.P. 35150 Cd. Lerdo. Durango. Eduardo.madied@gmail.com, hesnercf@gmail.com

El montaje final del circuito es el que se muestra en la Figura 4. La lámpara incandescente se ha adaptado mediante unos postes plásticos por los cuales se encuentran los conductores. Como elemento de visualización se utilizó una pantalla NOKIA 5110 que actualmente es muy usada en combinación con la plataforma Arduino.

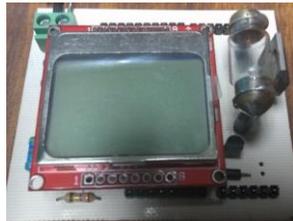


Figura 4. Sistema montado en PCB

Para la adquisición de datos se utiliza una placa Arduino Due ya que presenta características útiles en el procesamiento de señales. Las más importantes se presentan en la Tabla I.

TABLA I.
ESPECIFICACIONES DEL ARDUINO DUE

Especificación	Valor
Velocidad de reloj	84MHZ
Resolución del convertor A/D	12 bits
Resolución del PWM	12 bits
Resolución salida analógica	12 bits

B. Obtención del modelo matemático

Es necesario identificar el lazo de control a utilizar, así como los elementos que conforman a cada una de las partes de éste para tener una mejor estructura del trabajo a realizar. El diagrama de la Figura 5 muestra el lazo cerrado que se ha implementado.

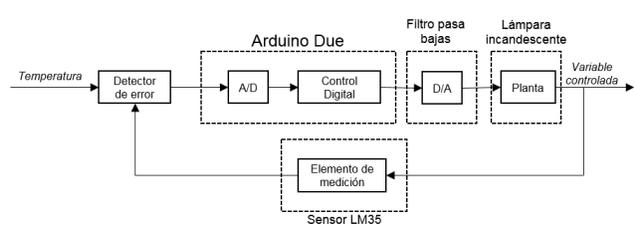


Figura 5. Lazo de control

Realizando un análisis al diagrama se puede observar que las unidades no coinciden entre ellas, es decir, el set point y la variable controlada se tienen en unidades de temperatura. Sin embargo, en la parte de salida del controlador se tienen unidades en palabra digital por lo que es requerida una ecuación que relacione dichas unidades con las de temperatura.

Para ello se realizó una caracterización, se colocó la etapa de potencia en una unidad de convertor determinada y se

midió qué temperatura alcanzaba el sistema en estado estable. Se repitió el experimento cubriendo todo el rango de unidades del PWM (0-4095) en incrementos de 500 unidades cada experimento.

Las gráficas generadas por los resultados anteriores se muestran en la Figura 6.

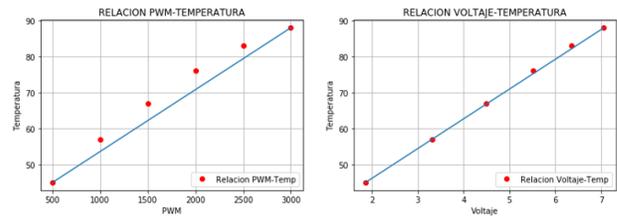


Figura 6. Relación de unidades

Como se puede observar, la relación entre el voltaje y la temperatura es proporcional. Sin embargo, no sucede lo mismo con la relación con las unidades del convertor. Para obtener la ecuación que relaciona ambas unidades se utilizó el comando *polyfit* de la librería *Numpy* de Python arrojando una ecuación de orden dos con un $r^2=0.98$ y que se muestra en (4).

$$T = 0.62375 UC^2 - 26.439 UC + 446.53 \quad (4)$$

Una vez establecidas las unidades, se procedió a la adquisición de datos de la respuesta al escalón del sistema. Para realizar las pruebas de la respuesta al escalón se colocó un valor inicial de 1500 en el ciclo del trabajo del PWM y posteriormente se le aplicó un incremento a 2500 con la finalidad de obtener la curva de respuesta.

El número de muestras fue de 960 con un tiempo de muestreo de 500 ms.

Debido a que los resultados tenían pequeñas variaciones se optó por repetir el experimento y promediar los resultados. Se realizaron en total 6 muestreos a los cuáles se les realizó un offset para que el valor inicial estuviera en cero y no tener problemas al momento de aplicar los algoritmos del modelado. La gráfica generada por el promedio de muestras una vez que se ha aplicado el offset se observa en la Figura 7.

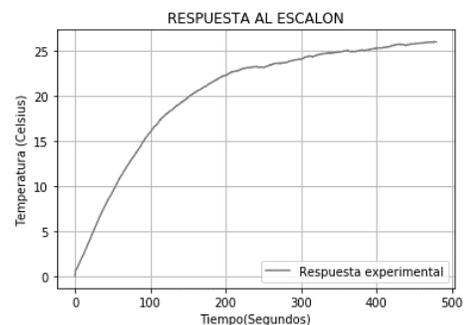


Figura 7. Curva de respuesta promediada

De manera gráfica puede concluirse que el sistema es de primer orden. Se tomó la decisión de realizar la identificación de la planta por el método de dos puntos propuesto por Alfaro [6] en el que es necesario obtener el tiempo en que la variable alcanza el 25 % y el 75 % de su valor final en el caso de un sistema de orden uno con retardo y agregando el tiempo del 50 % si se requiere un sistema de orden dos con retardo.

Las ecuaciones que arrojan los parámetros para la identificación del modelo de primer orden con retardo se presentan en (5), (6) y (7).

$$k_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (5)$$

$$\tau = 0.9102(t_{75} - t_{25}) \quad (6)$$

$$t_m = 1.2620t_{25} - 0.2620t_{75} \quad (7)$$

Las ecuaciones que arrojan los parámetros para la identificación del modelo de segundo orden con retardo se presentan en (8) - (13).

$$\tau' = 0.5776(t_{75} - t_{25}) \quad (8)$$

$$\tau''m = 1.5552t_{25} - 0.5552t_{75} \quad (9)$$

$$\tau'' = \frac{2\tau'}{1+a} \quad (10)$$

$$\tau_1 = \tau'' \quad (11)$$

$$a = \frac{t_{50} - t'_m - 1.4362\tau'}{1.9844\tau' - t_{50} + t'_m} \quad (12)$$

$$\tau_2 = a\tau'' \quad (13)$$

Para encontrar los tiempos en los que se alcanzan los porcentajes se utilizó un algoritmo de búsqueda en los datos de la interpolación, comparando la magnitud a buscar con todos los valores en la lista de datos. Es importante tomar en cuenta que este método puede o no ser exacto pues es muy poco probable que se obtenga la medición exacta siendo necesario colocar un error al momento de comparar. En la gráfica de la Figura 8 pueden observarse los tiempos obtenidos, así como su ubicación en la curva de respuesta.

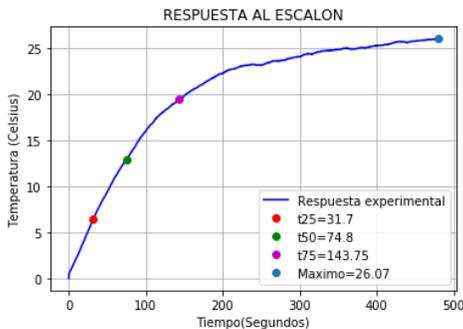


Figura 8. Parámetros de la curva necesarios para el método 123c

Sustituyendo los valores en las ecuaciones propuestas por Alfaro el modelo matemático de primer orden con retardo que representa al sistema es el que se ve en (14).

$$G(s) = \frac{e^{-2.34s}}{101.98s + 1} \quad (14)$$

Así mismo el sistema de segundo orden con retardo es el que se presenta en (15).

$$G(s) = \frac{e^{30.51s}}{(84.35s + 1)(45.09s + 1)} \quad (15)$$

En la Figura 9 se muestra la comparación de los modelos obtenidos en comparación con la curva real del experimento.

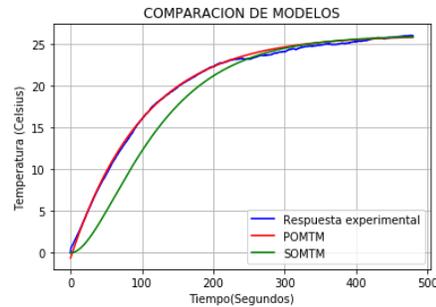


Figura 9. Comparación de modelos

Realizando una inspección gráfica puede verse que los modelos obtenidos son muy cercanos al experimental, por lo que son válidos para representar la dinámica del sistema propuesto y a partir de ellos realizar los análisis que sean necesarios para su control.

C. Sintonización del control PID utilizando las reglas de Ziegler – Nichols

El primer método de identificación propuesto como parte de un procedimiento de sintonización de controladores fue desarrollado por Ziegler y Nichols [7].

Para identificar la planta se requiere trazar una recta tangente a la curva de reacción del proceso en su punto de inflexión o máxima pendiente.

El tiempo transcurrido entre la aplicación del escalón de entrada y el punto en que la recta tangente corta el eje del tiempo es el tiempo muerto aparente del sistema, y el tiempo transcurrido entre este instante y el tiempo en que la tangente corta el valor final de la salida es la constante de tiempo [12].

Los pasos seguidos para encontrar el punto de inflexión se describen a continuación.

1. Encontrar la primera derivada de la respuesta del sistema.
2. Derivar una segunda vez y encontrar el valor del tiempo cuando la derivada sea cero.

3. El punto de inflexión se encontrará al sustituir el tiempo en la respuesta del sistema.
4. Evaluar el valor del tiempo en la primera derivada para obtener la pendiente de la recta.
5. Con el valor de la pendiente es posible calcular dos puntos de la recta para obtener su ecuación.

Se programó la metodología anteriormente descrita utilizando las librerías de matemáticas de Python para obtener los resultados analíticos más cercanos posibles dejando de lado el método visual. La Figura 10 presenta las curvas obtenidas en los pasos descritos.

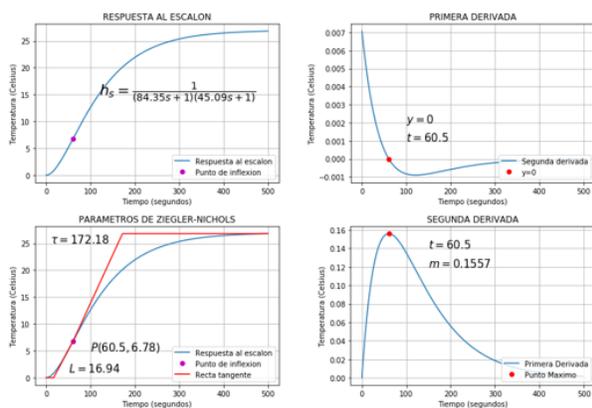


Figura 10. Gráficas de la metodología de Ziegler-Nichols

En la gráfica superior derecha se observa la gráfica correspondiente a la primera derivada, en la cual es necesario encontrar el valor de tiempo donde la variable dependiente es igual a cero siendo $t=60.5$ el valor más cercano a cero encontrado. Posteriormente en la gráfica inferior derecha se muestra la segunda derivada evaluando el valor del tiempo en la función, obteniendo el punto máximo de ésta y con ello el valor de la pendiente “m”.

Una vez que se ha encontrado el valor del tiempo necesario, se evalúa en la sigmoidea de la respuesta al escalón obteniendo el punto de inflexión (P) que se muestra en la gráfica superior izquierda.

Sabiendo que el tiempo de atraso es aquel en el que la variable dependiente es igual a cero, y habiendo obtenido el punto de inflexión, se puede conocer su valor mediante la ecuación de la recta al solo tener una incógnita. El tiempo de atraso (L) se calcula mediante (16) – (18).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6.78 - 0}{60.5 - L} \quad (16)$$

$$0.1557 = \frac{6.78}{60.5 - L} \quad (17)$$

$$L = \frac{9.4198 - 6.78}{0.1557} = 16.94 \quad (18)$$

El valor de la constante de tiempo está dado por (19).

$$T = \frac{G(s)_{max}}{m} = \frac{26.81}{0.1557} = 172.18 \quad (19)$$

Por lo que el modelo de primer orden más tiempo según Ziegler-Nichols es el que se muestra en (20).

$$h(s) = \frac{e^{-16.94t}}{172.18s + 1} \quad (20)$$

Sustituyendo los valores del modelo en (21), (22) y (23) se obtienen los parámetros del controlador PID.

$$k_p = 1.2 \frac{T}{L} = 1.2 \frac{172.18}{16.94} = 12.19 \quad (21)$$

$$T_i = 2L = 2(16.94) = 33.8 \quad (22)$$

$$T_d = \frac{L}{2} = \frac{16.94}{2} = 8.47 \quad (23)$$

III. RESULTADOS

El análisis matemático utilizado en la metodología se programó en un *script* de Python en el cuál se ingresa un Excel con los datos obtenidos de los experimentos. A partir de ahí el usuario selecciona cuál modelo quiere obtener y el sistema regresa las gráficas de comparación, así como el modelo matemático con las ganancias propuestas por el método de Ziegler – Nichols. Un ejemplo se muestra en la Figura 11 en donde se requieren los parámetros de un sistema de segundo orden con retardo.

```

Los parametros del modelo de segundo orden mas tiempo muerto son:
El valor de Tau1 es: 84.350116
El valor de Tau2 es: 45.090044
El valor del tm es: -30.510160
El valor maximo es: 26.070000
Los parametros del modelo de Ziegler-Nichols son:
L = 16.940903
Tau= 171.920812
Las ganancias del PID segun Ziegler-Nichols son:
Kp= 12.177921
Ki= 0.359424
Kd=103.152487
Ti= 33.881805
Td=8.470451
    
```

Figura 11. Ejemplo del programa para un sistema de orden dos

Arrojando la gráfica que se muestra en la Figura 12 con la comparación del modelo con la curva real y la ubicación de los puntos del método, así como la recta tangente que se obtiene del análisis matemático.

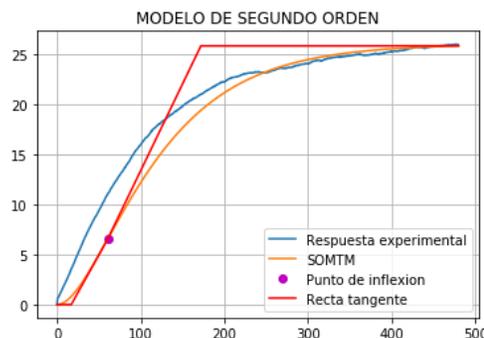


Figura 12. Gráfica ejemplo de comparación

Por último se validaron las ecuaciones de forma práctica implementando el controlador digital en Arduino teniendo los resultados de la Figura 13.

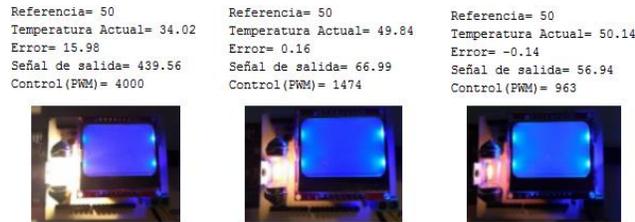


Figura 13. Resultados del controlador físicamente

IV. DISCUSIÓN, CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES

Los sistemas de control son de vital importancia en todos los procesos donde se requiere llevar una variable a valores requeridos. Si bien existen muchos métodos para sintonizar los controladores, éstos fueron desarrollados hace varios años y utilizan métodos gráficos en los que se tiene una pérdida de información importante que puede afectar el sistema una vez que se ha implementado físicamente.

El uso de herramientas informáticas de software libre permite a los diseñadores realizar controladores sin necesidad de software de coste de licencia y de una manera analítica, obteniendo parámetros con los cuáles pueden realizarse análisis diversos del comportamiento de la planta basados en los modelos propuestos.

Es necesario realizar una actualización de los métodos de sintonización de controladores PID de manera que puedan ser más eficientes y fáciles de implementar.

V. AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Instituto Tecnológico de Lerdo por la formación profesional y en especial a la División de Posgrado por la ayuda y asesorías brindadas en este proyecto.

VI. REFERENCIAS

- [1] D. Alciatore, Introducción a la mecatrónica y los sistemas de medición, México: McGraw-Hill, 2008.
- [2] R. Dorf, Sistemas de Control Moderno, Madrid: Pearson Educación, 2005.
- [3] L. Cervantes, Modelización matemática: Principios y aplicaciones, Puebla: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2015.
- [4] K. Ogata, Ingeniería de control moderna, Madrid: Pearson Educación, 2010.
- [5] C. Smith y A. Corripio, Principles and practice of automatic process control, New York: John Wiley & Sons, 1997.
- [6] V. M. Alfaro, «Método de identificación de modelos de orden reducido de tres puntos 123c,» 2007.
- [7] J. Ziegler y N. B. Nichols, «Optimum Settings for Automatic Controller,» *ASME Transactions*, pp. 759-768, 1942.
- [8] R. H. Gaviño, Introducción a los sistemas de control: Conceptos, aplicaciones y simulación con MATLAB, Mexico: Pearson Educación, 2010.
- [9] M. Bañuelos, «Controlador PID de temperatura de tipo didáctico,» *SOMI XV*, 2015.
- [10] J. Betancourt, Diseño y construcción de un módulo didáctico de control de temperatura, Quito, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional, 2009.
- [11] Y. Fuertes, Diseño de implementación de un módulo educativo para control de temperatura, Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú, 2011.
- [12] V. Alfaro, «Identificación de procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo abierto,» *Ingeniería*, pp. 11-25, 2006.
- [13] Y. Morales, «Control Proporcional + Integral + Derivativo aplicado a la regulación de temperatura en proceso,» *Researchgate*, 2017.

VII. BIOGRAFÍA



Machado Díaz Eduardo. Nació en la ciudad de Gómez Palacio, Dgo. Obtuvo el título de Ingeniero Electrónico en Mecatrónica y Automatización del Instituto Tecnológico Superior de Lerdo en el año de 2017. Actualmente cursa la Maestría en Ingeniería Mecatrónica en el mismo instituto.

El ingeniero ha trabajado en proyectos de instrumentación virtual remota y diseño de interfaces. Sus áreas de interés son la instrumentación, la domótica y la automatización.



Hesner Coto Fuentes. Ingeniero en Automática egresado del Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba. Maestro en Diseño de Sistemas Electrónicos del Centro de Investigaciones en Microelectrónica, La Habana, Cuba, y Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con especialización en Instrumentación Electrónica por el Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, Coahuila, México.

En su trayectoria como docente - investigador se ha especializado en las áreas de Instrumentación Virtual y desarrollo de sistemas electrónicos aplicados a la medicina, la industria y el medio ambiente.