

Optimización Del Corte Para La Ranura De Un Contenedor Autovolcable

R. Saldaña-Acosta¹

Resumen— En este trabajo se presenta una solución al problema de optimización de la trayectoria de corte para la ranura de un contenedor autovolcable, el criterio de optimización utilizado es en el sentido de minimizar la longitud del corte, lo cual permitiría un ahorro de tiempo de trabajo, contribuyendo así a la ampliación de la vida útil de las herramientas utilizadas y a la mejora de los procesos involucrados.

Para la localización del punto óptimo, donde se debe comenzar el corte en la placa metálica, procedimos a utilizar las técnicas de optimización clásicas del Cálculo Diferencial de funciones de varias variables, dada la complejidad de algunos de los cálculos y de las representaciones gráficas utilizamos los paquetes de Mathematica y Matlab así como también, para la simulación del movimiento del mecanismo, utilizamos GeoGebra; como principal resultado se llegó a una definición del mínimo restringido al contexto del problema, es decir, una especie de mínimo técnicamente factible.

Palabras claves—Cálculo Diferencial de varias variables, Contenedor autovolcable, Función, punto óptimo, ranura.

A. Abstract—This Work presents a solution to cut trajectory optimization problem for the slot of a self-dumping hoppers, the criteria of optimization is the minimization of the cuts length, which saves time and contributes to the extension of the life of the cutting tool used and the improvement of the process involved.

To locate the optimal point, where to start the cut of the steel plate, Differential Calculus was used over a multivariable function to give us the elements to start the search of what do we understand by a minimum, given the complexity of some of the calculations and graphical representations the Matlab and Mathematica software was used. For the movement simulation of the mechanism, Geogebra was used.

As the main result, a new definition of the minimum constrained to the real conditions of the problem was found, in other words a technical feasible minimum was found.

Keywords— Calculus, Function, self-dumping hoppers, optimal point, slot.

II. INTRODUCCIÓN

El corte en metales es un área de oportunidad para la aplicación de las matemáticas en la Industria, particularmente, en cuanto al diseño de trayectorias de corte, E. Wings y B. Jütler [1], reportan que:

“As demonstrated in our case study, polynomial spline curves can directly be used for NC machining. Compared to the traditional piecewise linear/circular representations, the

higher analytical continuity entails severe advantages, such as extended lifetime of the machinery, longer maintenance intervals, and higher quality of the products”.

En este sentido, la investigación propuesta es la continuación natural al problema de la “determinación de un modelo matemático para la ranura de corte de un contenedor autovolcable” [2], investigación original que dio lugar a la presente y en la cual se llegó a la determinación de las ecuaciones paramétricas que describen matemáticamente la forma exacta de la ranura del contenedor, una vez definidas estas ecuaciones, se planteó la pregunta de si existe algún punto “privilegiado” para empezar el corte, por ejemplo, la mención de C.G. Gibson [3], “...the mid-point of the middle (or coupler) bar describing the famous Watt curve. The curve has a self-crossing with two ‘branches’ through it, one of which represents an excellent approximation to a straight line.”, nos sugirió considerar como especial al centroide de la placa, sin embargo, un análisis posterior nos permitió descartarlo debido a que no es posible completar la ranura correspondiente que cumpla la función de vaciado completo, además R. Hooke y D. Shaffer afirman que “The first and perhaps most difficult, step is to find out precisely what is that we want to maximize(*minimize*). This step is vital, but widely ignored” [4], fue así que se llegó al problema de definir el sentido en que se quería optimizar la posición del punto inicial del corte, llegando a que una variable fundamental es la longitud de la trayectoria de corte para la ranura.

La definición del mínimo técnicamente factible, fue el resultado de analizar el problema de existencia de extremos de funciones de varias variables en sus diferentes acepciones, es decir, de extremos relativos y de extremos condicionados de acuerdo con las definiciones dadas en [5] y en el teorema sobre localización de máximos y mínimos junto con las observaciones de [6].

III. PARTE TÉCNICA DEL ARTÍCULO

El antecedente inmediato a este artículo se muestra en la figura 1, en la cual podemos observar el contenedor y su ranura, a la cual, en la primera etapa se le encontró un modelo matemático que la describe a la perfección, superando por mucho las exigencias de la empresa.



¹ Ramiro Saldaña Acosta, sramiro@itesm.mx, Tecnológico de Monterrey, Departamento de Ingeniería y Ciencias Básicas, Av. Paseo del Tecnológico # 751, Col. Ampliación La Rosita, C.P 227250, Torreón, Coahuila, México.

Figura 1. Contenedor autovolcable con sistema de giro por ranura que se encuentra en Industrial B&S de México.

La figura 2 muestra una representación en GeoGebra de una simulación que reproduce el movimiento del mecanismo, la forma de la ranura de corte fue obtenida con las ecuaciones paramétricas exactas que describen el movimiento del mecanismo de vaciado.

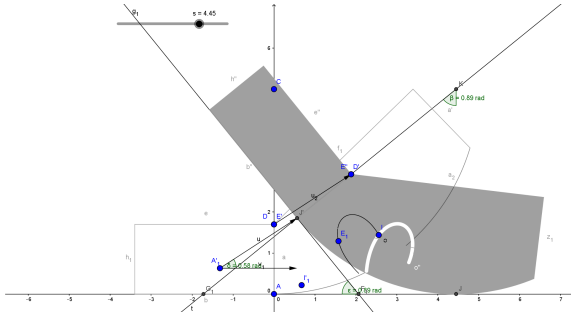


Figura 2. Perfil de la placa del contenedor autovolcable.

En (1) se muestra la longitud de la trayectoria de corte, como función del punto (x,y), donde se empezaría a mover el mecanismo una vez liberado el seguro.

$$f[x,y] := \frac{5}{2} \left((1.28 - \frac{x}{5}) \sqrt{1.28^2 - \frac{2.56}{5}x + \frac{x^2+y^2}{25}} + \frac{y^2}{25} \text{Log} \left[1.28 - \frac{x}{5} + \sqrt{1.28^2 - \frac{2.56}{5}x + \frac{x^2+y^2}{25}} \right] + \frac{x}{5} \sqrt{\frac{x^2+y^2}{25}} - \frac{y^2}{25} \text{Log} \left[-\frac{x}{5} + \sqrt{\frac{x^2+y^2}{25}} \right] \right) \quad (1)$$

Cuya gráfica extendida se muestra en la figura 3, en la cual podemos observar que existen puntos mínimos, pero, desafortunadamente esos se encuentran fuera del dominio restringido al objeto real que es la placa metálica.

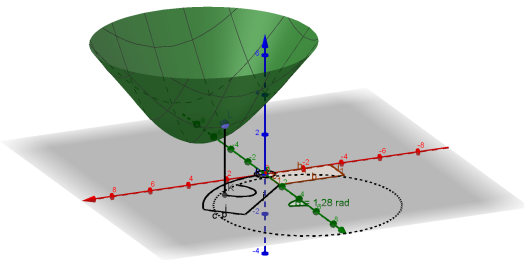


Figura 3. Longitud de la trayectoria en cada punto, dominio extendido.

Restringiendo los valores a donde tiene sentido la situación real del problema, obtenemos la figura 4, donde podemos observar que el punto mínimo se encuentra en la frontera o borde de la placa, lo cual, no es una solución técnicamente viable, ya que la ranura debe tener su punto inicial en el interior de la placa metálica y además debe completar su recorrido ahí mismo.

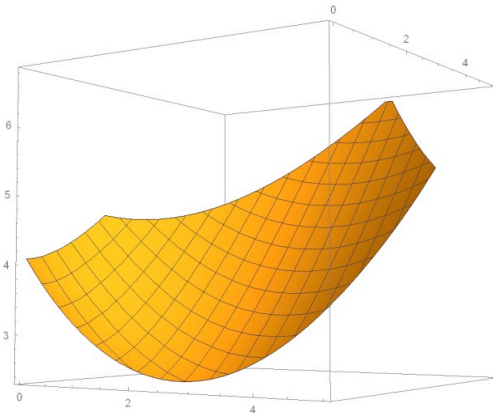


Figura 4. Longitud del corte, dominio real.

Los métodos analíticos para máximos y mínimos se basan en el teorema, expuesto y demostrado en [6]:

2-6 Theorem. Let $A \subset R^n$. If the maximum (or minimum) of $f: A \rightarrow R$ occurs at a point a in the interior of A and $D_i f(a)$ exists, then $D_i f(a) = 0$.

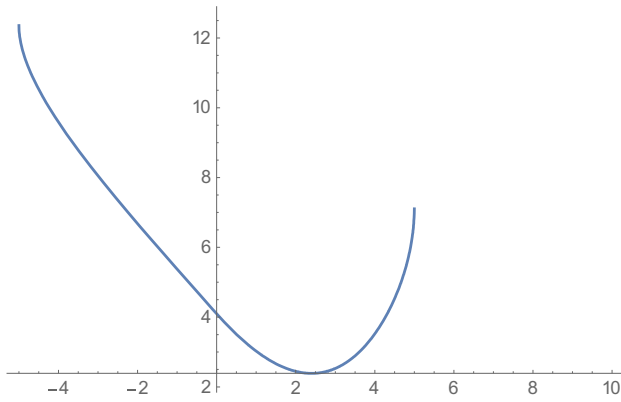
Proof. Let $g_i(x) = f(a^1, \dots, x_i, \dots, a^n)$. Clearly g_i has a maximum (or minimum) at a^i , and g_i is defined in an open interval containing a^i . Hence $0 = g_i'(a^i) = D_i f(a)$.

If theorem 2-6 is used to find the maximum or minimum of f on A , the values of f at boundary points must be examined separately-A formidable task, since the boundary of A may be all A !...

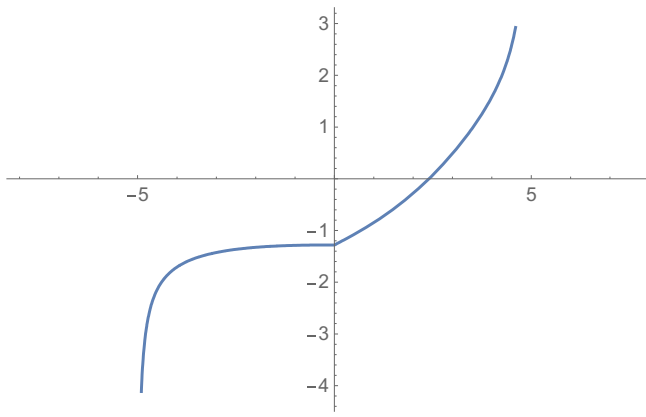
Al intentar hallar los extremos condicionados siguiendo el método de multiplicadores de Lagrange expuesto en [5], para la función objetivo $f(x,y)$ definida en (1) y sujeto a la restricción $g(x,y) = x^2 + (y-5)^2 - 25 = 0$, nos encontramos con una gran dificultad analítica para llegar a un resultado, teniendo que optar por una solución gráfica mediante la sustitución de la "y" despejada de $g(x,y) = 0$, en la $f(x,y)$, obteniendo una nueva función $g(x)$ definida por (2).

$$g[x] := \frac{1}{10} (\sqrt{10}x\sqrt{5 - \sqrt{25 - x^2}} - 5. (-6.3999999999999995 + x) \sqrt{3.6384000000000003 - 0.512x - 0.4\sqrt{25 - x^2}} + (-5 + \sqrt{25 - x^2})^2 \text{Log} [1.28 - 0.2x + \sqrt{3.6384000000000003 - 0.512x - 0.4\sqrt{25 - x^2}}] - (-5 + \sqrt{25 - x^2})^2 \text{Log} [-\frac{x}{5} + \sqrt{2 - \frac{2\sqrt{25 - x^2}}{5}}]) \quad (2)$$

Ante la cual, nuevamente los métodos analíticos se ven muy limitados, pero, al ver su gráfica mostrada en la figura 5, llegamos a que debe tener un mínimo aproximadamente entre 2 y 3.



Lo cual se puede confirmar en la gráfica de su derivada $g'(x)$ representada en la figura 6.



Por otro lado, la superficie $z=f(x,y)$ tiene el comportamiento de crecimiento mostrado en la figura 7, lo cual sugiere partir del mínimo restringido a la placa para después movernos en una dirección adecuada, hasta obtener un punto inicial cuya trayectoria complete el recorrido.

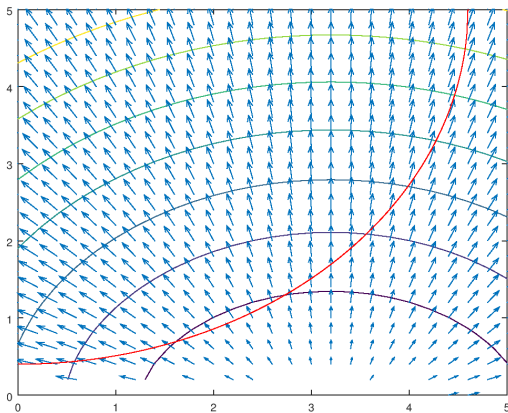
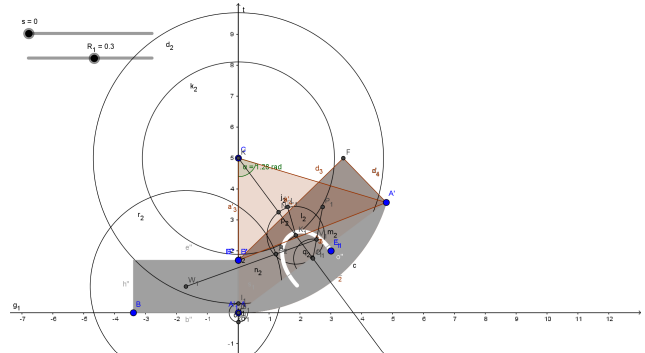


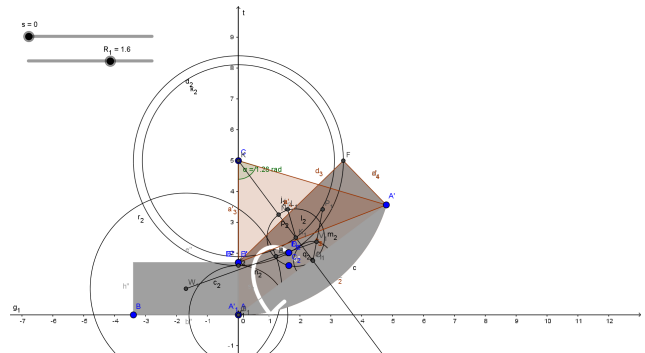
Figura 7. Gradiente de $z=f(x,y)$.

Finalmente, en la figura 8, vemos que, una solución técnicamente factible sería la de definir un espesor adecuado, medido radialmente desde el centro del círculo generador de la parte curva de la placa, restringir los puntos a este nuevo borde y ubicar ahí el mínimo restringido, para moverlo posteriormente sobre la restricción, hasta que de una trayectoria que complete el recorrido.



Otra posibilidad mostrada en la figura 9, consiste en variar el radio de la restricción, con el punto mínimo de $g(x)$, hasta intentar que se obtenga una ranura que complete el recorrido de vaciado, pero, desafortunadamente ninguno de los puntos mínimos obtenidos da lugar a una trayectoria que complete el recorrido.

Una tercera opción consiste en que a partir del punto de mínimo restringido al arco de la circunferencia de radio $5-\Delta r$, sigamos una ruta crítica de máximo descenso hasta obtener una trayectoria que complete el recorrido, pero tampoco así se puede generar una solución técnicamente factible.



En la tabla I se muestran los distintos valores obtenidos para diferentes espesores.

TABLA I
LONGITUD DEL CORTE PARA DIFERENTES ESPESORES

Radio	Longitud del corte
0 (No Factible)	2.68
0.2	2.93
0.4	3.16
0.6	3.43
1(No factible)	4.06

RESULTADOS

1. Se logró demostrar que el mínimo en toda la región A, correspondiente a todos los puntos de la placa metálica, se encuentra en la frontera $Fr(A)$, lo cual lo hace prácticamente inviable para iniciar allí el corte de la ranura.
2. Se caracterizó y localizó el mínimo técnicamente factible, definiéndolo como el punto en A, restringido a un arco de circunferencia de radio $5-\Delta r$, que además de permitir un vaciado completo tenga una longitud mínima de corte para la ranura.

IV. DISCUSIÓN, CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES

La importancia de esta investigación radica en que se llegó a la resolución de un problema real planteado a una Institución de Educación Superior por parte de una Empresa, ofreciendo una excelente oportunidad de vinculación en la que el beneficio obtenido es mutuo, ya que la Empresa resuelve un problema concreto y nosotros desarrollamos investigación sobre la aplicación de las matemáticas en la Industria, proveyéndonos así de una fuente rica en retos intelectuales y motivadores para enriquecer el conocimiento generado en las Universidades e Instituciones de Educación Superior, la continuación apunta hacia la generalización al diseño de otras trayectorias de corte y su análisis para la optimización de recursos y/o características físicas que hagan más eficientes los mecanismos.

- [1] Wings, E.; Jütler, B. (2004). "Generating tool paths on surfaces for a numerically controlled calotte cutting system," *Computer-Aided Design*, vol. 36, pp. 325-331,
- [2] Saldaña, A. R.; Sánchez R. (2016). "Modelo matemático de la trayectoria de un contenedor autovolcable," *INVESTIGACIÓN MULTIDISCIPLINARIA*, vol. 10, pp. 159-164.
- [3] Gibson, C. G. (2001). *Elementary Geometry of differentiable Curves, First Edition*. Cambridge: Cambridge University Press. p. 181.
- [4] Hook, R.; Shaffer D. (1965). *Math and AfterMath*. New York: Walker and Company A Weastingham search book, p 132.
- [5] Apostol T.M (1969). "Calculus", 2nd ed., vol. II, Ed. New York: John Wiley & Sons, pp. 314-315.
- [6] Spivak, M. (1965). *Calculus on Manifolds*, New York: Benjamin/Cummins pp. 27-28.

V. BIOGRAFÍA



Santa Catarina, S.L.P., 20/02/1960

Licenciatura en Matemática Educativa, Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México 1987

Maestría en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, Ciudad de México, México 1989.

El actualmente labora en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus Laguna, ubicado en Torreón, Coahuila, México, siendo profesor de Planta del área de ciencias Básicas e Ingeniería, sus líneas de interés son las de Modelación matemática en Ingeniería y la de la Enseñanza de las Matemáticas en Ingeniería.

M.C. Ramiro Saldaña Acosta, Primer Lugar en el concurso de prototipos, Congreso Internacional de investigación Multidisciplinaria, celebrado en el ITESM-Campus Chihuahua, Nov. 2015.