

# PROPUESTA DE KIT DIDÁCTICO PARA LA APLICACIÓN DE CONTROLADORES

P. Salazar-Castillo<sup>1</sup>, L. López-Aparicio<sup>1</sup>, J.H. Rivera-Machado<sup>1</sup>

**Resumen**— Este kit didáctico, cuya finalidad es la de controlar un motor de CD, presenta la posibilidad de comprender el funcionamiento físico de los controladores, en un ambiente educativo que proporcione no sólo el conocimiento, sino el fundamento y aplicación de los aprendizajes que se van adquiriendo en el paso por la educación superior en el área de control.

**Temas claves**— Kit didáctico, Control Proporcional, Control Integral, Control Derivativo, Control Proporcional Integral, Control Proporcional derivativo, Control Proporcional Integral Derivativo

**Abstract**— This didactical kit, whose target is to control a DC motor, presents the possibility to understand the physical functioning of controllers within an educational environment which allows knowledge but also the fundaments and applications of those learnings that are being acquired through the university formation in the major subject of Control.

**Keywords**— Didactical Kit, Proportional control, Integral Control, Derivative control, Proportional Integral Control, Proportional Derivative control, Proportional Integral Derivative control

## I. INTRODUCCIÓN

Los recursos didácticos son de gran importancia porque nos ayudan a explicar de manera clara y sencilla algún tema específico, logrando que el educando pueda adquirir una adecuada percepción de lo que se le desea transmitir [9].

La finalidad del material didáctico es la transmisión de contenidos de aprendizaje significativos ordenados con lógica para que puedan ser fácilmente comprendidos; y por lo tanto pasen a la memoria operativa del estudiante [9].

El kit didáctico propuesto ayudaría a comprender mejor el funcionamiento de los controladores mediante la comprobación física de su comportamiento. La finalidad del proyecto es diseñar un Kit didáctico que, mediante el control de un motor de CD, ayude a comprender el funcionamiento de los diferentes tipos de controladores que existen.

La principal característica del proyecto es su modularidad. Los módulos son los diferentes tipos de controlador que existen, los cuales son los siguientes: Proporcional, Derivativo, Integral, Proporcional Derivativo, Proporcional Integral, Proporcional Integral Derivativo (P, D, I, PI, PD, PID) [1].

El funcionamiento de este sistema aplicado en el Kit didáctico, consiste en controlar la posición de un motor de corriente directa de tal manera que al poner como referencia un voltaje se regule la posición del motor se iguale el voltaje a la salida [6].

## II. PARTE TÉCNICA DEL ARTÍCULO

### A. Parte teórica

#### Acción de Control Proporcional

El controlador Proporcional es en realidad un amplificador con ganancia ajustable. Este control reduce el tiempo de subida, incrementa el sobretiro y reduce el error de estado estable [8].

Para una acción de control Proporcional la relación entre la salida del controlador  $u(t)$  y la señal de error  $e(t)$  es (1):

$$u(t) = K_p e(t) \quad (1)$$

donde  $K_p$  es la ganancia proporcional. Si se aplica la transformada de Laplace se obtiene (2) y (3):

$$U(s) = K_p E(s) \quad (2) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (3)$$

<sup>1</sup> Pascual Salazar Castillo ([psc Castillo\\_2000@yahoo.com](mailto:psc Castillo_2000@yahoo.com)), Liliana López Aparicio ([llopez@itslerdo.edu.mx](mailto:llopez@itslerdo.edu.mx)), Jesús Héctor Rivera Machado ([div\\_electronica@itslerdo.edu.mx](mailto:div_electronica@itslerdo.edu.mx)). Instituto Tecnológico Superior de Lerdo. Av. Tecnológico 1555 Sur Col. Periférico, Ciudad Lerdo, Durango, México.

### Acción de Control Integral

La acción de control Integral se denomina control de reajuste (*reset*) [2]. En un controlador integral la relación entre la salida del controlador  $u(t)$  (4) y la señal de error  $e(t)$  (5) es:

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t) \quad (4) \quad u(t) = K_i \int_0^t e(t) \quad (5)$$

donde  $K_i$  es una constante ajustable. Si se duplica el valor de  $e(t)$ , el valor de  $u(t)$  varía dos veces más rápido. Para un error de cero, el valor de  $u(t)$  permanece estacionario.

Si se aplica la transformada de Laplace (6) se obtiene:

$$U(s) = \frac{K_i}{s} E(s) \quad (6) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \quad (7)$$

Como se puede ver en la fórmula anterior el control Integral añade un polo en el origen, con lo cual el sistema se vuelve menos estable (7).

### Acción de Control Derivativo

La acción de control Derivativo (8) es proporcional a la razón de cambio con el tiempo del error  $e(t)$ , es decir:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (8)$$

donde  $K_d$  es la ganancia derivativa y tiene unidades de  $s$ . Con el control derivativo, tan pronto como la señal de error inicia puede haber una salida del controlador muy grande, puesto que ésta es proporcional a la razón de cambio de la señal de error y no a su valor. De este modo puede proporcionar una acción correctiva grande antes de que se presente un error grande en realidad. Sin embargo, si el error es constante, entonces no hay acción correctiva, aun si el error es grande. Así, el control derivativo es insensible a señales de error constantes o que varían con lentitud y, en consecuencia, no se usa solo, sino combinado con otras formas de controlador [1].

Si se aplica la transformada de Laplace (9) y (10) se obtiene:

$$U(s) = K_d s E(s) \quad (9) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s \quad (10)$$

Como se puede ver en la fórmula anterior el control Derivativo añade un cero en el origen, la acción derivativa como se mencionó anteriormente no se usa sola sino sólo en conjunto con otra forma de controlador. Cuando se usa esta acción de control se logra que la respuesta sea más rápida.

### Acción de Control Proporcional Integral

El control Proporcional Integral decreta el tiempo de subida, incrementa el sobre impulso y el tiempo de estabilización, y tiene el efecto de eliminar el error de estado estable pero empeorará la respuesta transiente.

La acción de control Proporcional Integral se define mediante:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) \quad (11)$$

en donde  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $T_i$  se denomina tiempo integral (11). El tiempo integral ajusta la acción del control, mientras que un cambio en el valor de  $K_p$  afecta las partes integral y proporcional de la acción de control. El inverso del tiempo integral  $T_i$  se denomina velocidad de reajuste. La velocidad de reajuste es la cantidad de veces por minuto que se duplica la parte proporcional de la acción de control. La velocidad de reajuste se mide en términos de las repeticiones por minuto.

Si se aplica la transformada de Laplace (12) y (13) se obtiene:

$$U(s) = K_p E(s) + \frac{1}{T_i s} E(s) \quad (12)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{s T_i} \right) \quad (13)$$

### Acción de Control Proporcional Derivativo

El control Proporcional Derivativo reduce el sobre impulso y el tiempo de estabilización, por lo cual tendrá el efecto de incrementar la estabilidad del sistema mejorando la respuesta del sistema. La relación de un controlador Proporcional Derivativo entre la salida  $u(t)$  y la señal de error  $e(t)$  está dada por (14):

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (14)$$

en donde  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $T_d$  es una constante denominada tiempo Derivativo.

La acción de control Derivativo, en ocasiones llamada control de velocidad, ocurre donde la magnitud de la salida del controlador es proporcional a la velocidad de cambio de la señal de error. El tiempo Derivativo  $T_d$  es el intervalo de tiempo durante el cual la acción de la velocidad hace avanzar el efecto de la acción proporcional. La acción de control Derivativo tiene un carácter de previsión. Sin embargo, es obvio que una acción de control Derivativo nunca prevé una acción que nunca ha ocurrido.

Aunque la acción de control Derivativo tiene la ventaja de ser de previsión, tiene las desventajas de que amplifica las señales de ruido y puede provocar un efecto de saturación en el actuador (15).

Si se aplica la transformada de Laplace (16) se obtiene:

$$U(s) = K_p E(s) + K_p T_d s E(s) \quad (15)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + s T_d) \quad (16)$$

### Acción de Control Proporcional Integral Derivativo

La combinación de una acción de control Proporcional, una acción de control Integral y una acción de control Derivativo se denomina acción de control Proporcional Integral Derivativo. Esta acción combinada tiene las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales.

En la tabla I se resumen las características de los controles mencionados [5].

TABLA I. RESUMEN DE CARACTERÍSTICAS DE ACCIÓN DE CONTROL.

Tipo de Control	Tiempo de subida	Sobre impulso	Tiempo de estabilización	Error en Estado estable
Proporcional	Decrece	Crece	Cambio menor	Decrece
P. Integral	Decrece	Crece	Crece	Se elimina
P. Derivativa	Cambio menor	Decrece	Decrece	Cambio menor

Las correlaciones de la tabla mostrada no son muy precisas, porque  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  son dependientes entre sí, por lo cual esta tabla sólo debe ser tomada como una

referencia.

La relación entre la salida del controlador  $u(t)$  y la señal de error  $e(t)$  de la acción de control Proporcional Integral Derivativo está dada por (17):

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) \quad (17)$$

en donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  es el tiempo integral y  $T_d$  es el tiempo Derivativo.

Si se aplica la transformada de Laplace (18) y (19) se obtiene:

$$U(s) = K_p E(s) + K_p T_d s E(s) + \frac{1}{T_i s} E(s) \quad (18)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (19)$$

### B. Parte práctica

A continuación se describen los procedimientos llevados a cabo para el ensamblado del Kit didáctico [7].

#### Material y equipo:

Un motor de cd de imán permanente de 3,6 9 o 12 voltios que no consuma más de 1 amper

Dos Potenciómetros lineales de 10 K $\Omega$ , una sola vuelta

Un Acople mecánico entre el eje del motor y el eje del potenciómetro

2 transistores el C2073 (npn) y el A1011(pnp) (o equivalentes)

Tres amplificadores operacionales LM741

Cuatro resistencias de 270 K $\Omega$

Dos resistencias de 39 K $\Omega$

Una resistencia de 1 K $\Omega$

Un potenciómetro lineal de 100 K $\Omega$

Fuente de 5 voltios

Fuente dual con voltajes de 0 a 15 voltios de cd

Multímetro

Protoboard

#### Procedimiento o desarrollo

1. Acoplar el motor con el potenciómetro [1].

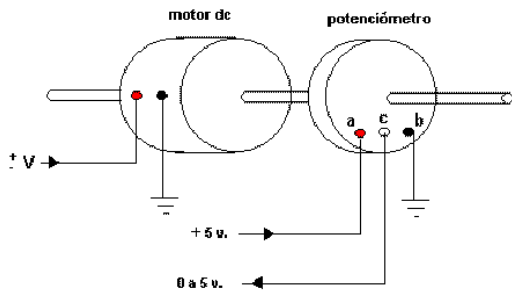


Figura 1. Posición del potenciómetro

Se debe aplicar 5 voltios de corriente directa entre sus terminales fijos a y b que se muestran en la figura. En forma manual y gradual comience a girar, desde la posición inicial, en sentido dextrógiro (o levógiro) y mida el voltaje en el terminal c para cada incremento de la posición. El incremento (o decremento) del voltaje debe ser proporcional al incremento o decremento de la posición del potenciómetro.

Si se toman los datos de voltaje para cada posición del potenciómetro la graficación de éstos sería similar a la mostrada [2].

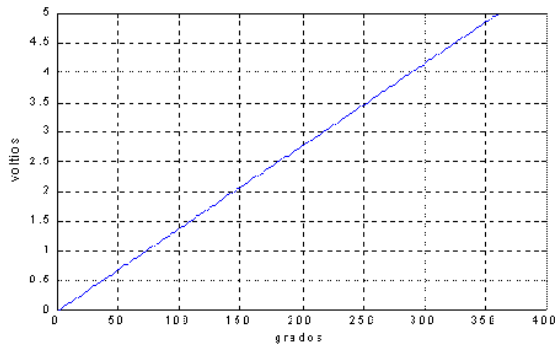


Figura 2. Graficación de datos de voltaje

Del acople mecánico entre el eje del motor y el eje del potenciómetro se debe verificar que no exista deslizamiento [3].

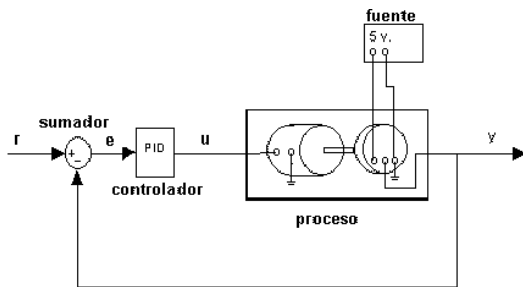


Figura 3. Posición correcta de los ejes.

2. Armar el sistema con el control proporcional, como

se muestra [4].

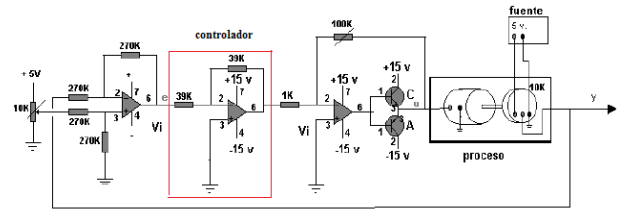


Figura 4. Armado total con el control proporcional

3. El control proporcional puede cambiarse por el integral [5], derivativo [6], PD [7], PI [8] y PID [9].

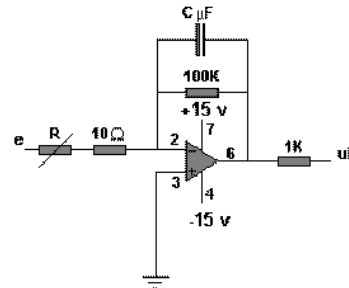


Figura 5. Control Integral

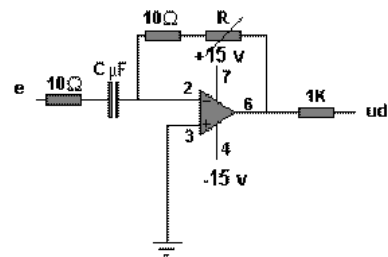


Figura 6. Control derivativo

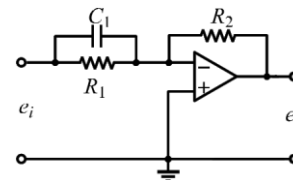


Figura 7. Control Proporcional Diferencial

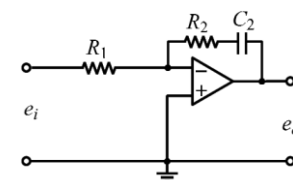


Figura 8. Control Proporcional Integral

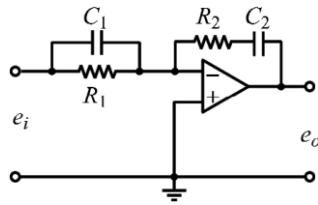


Figura 9. Control Proporcional Integral Derivativo

C. Resultados

El resultado será un Kit didáctico que cuente con un sistema modular intercambiable con terminales, para proporcionarle la señal de referencia al comparador, controlador, planta o proceso y otras terminales para medir la salida (a la salida de cada elemento se le pueden colocar terminales para tomar mediciones de cada bloque) [10]. La principal característica del sistema es que el módulo del controlador puede cambiarse por cualquier controlador (P, I, D, PI, PD o PID).

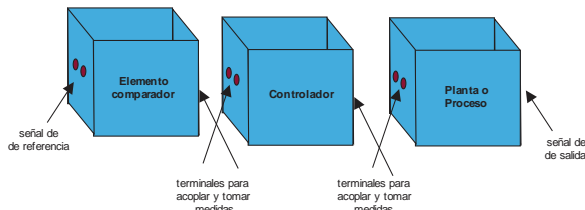


Figura 10. Simulación de Kit didáctico con módulos intercambiables

III. APÉNDICE A: DATOS DE LOS SEMICONDUCTORES

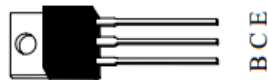


Figura 11. Terminales de los transistores C2073 y A1011

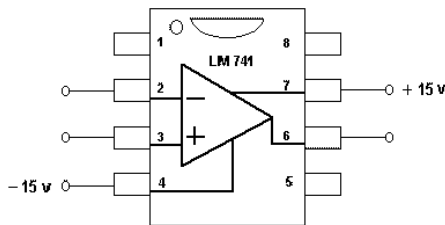


Figura 12. Terminales del Amplificador Operacional LM 741

IV. REFERENCIAS

[1] Bolton, W. (2001). *Ingeniería de control*. México: Alfaomega. p 225-234  
 [2] Coughlin, R. (1999). *Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales*. México: Pearson Educación. p 67-72  
 [3] Dorf, R.C. (2014). *Sistemas de Control Moderno*. Adison Wesley p 738-740  
 [4] Electrónica Básica para Ingenieros Tema 8. Centro Nicaraguense de Capacitación Solar. Disponible en: <http://cenicasol.chica.org.ni/wp-content/uploads/2012/07/Tema8.pdf>  
 [5] Franco, S. (2005). *Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados analógicos*. México: Mc. Graw Hill. p 12-39  
 [6] Kuo, B.C. (2002). *Sistemas Automáticos de Control*. México: CECSA. p 171-175, 191-197  
 [7] Nuñez, F. (2007). *Control de movimiento empleando Labview, un enfoque didáctico*. Escuela de Ingeniería y Ciencias Departamento de Computación, Electrónica y Mecatrónica. Universidad de las Américas Puebla, Puebla, México. Disponible en: [http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lep/nunez\\_e\\_f/capitulo\\_1.pdf](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lep/nunez_e_f/capitulo_1.pdf)  
 [8] Ogata, K. (2003). *Ingeniería de Control Moderno*. México: Pearson Educación. p 78-85  
 [9] Salinas, E. (2011). *Los Medios Didácticos en el Proceso Educativo en Educacion Superior*. Escuela Militar de Ingeniería Pedagogía y Didáctica. La Paz - Murillo, Bolivia. [En línea]. Disponible en: <http://estifsalinas26.blogspot.mx/2011/11/los-medios-didacticos-en-el-proceso.html>

V. BIOGRAFÍA



**Pascual Salazar Castillo:** nacido en Puebla, Puebla, el 17 de Mayo de 1966. Se graduó en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla en la carrera de Licenciatura en Electrónica de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Estudió la Maestría en Ciencias en El Centro de Investigación de Dispositivos Semiconductores (CIDS) del Instituto de Ciencias de la misma Universidad. Actualmente se desempeña como docente en el Instituto Tecnológico Superior de Lerdo.



**Liliana López Aparicio:** nacida en Torreón, Coahuila, el 26 de Julio de 1984. Se graduó de la Facultad de Medicina de la Universidad Juárez del Estado de Durango en la carrera de Licenciatura en Psicología. Estudió la maestría en Psicología Clínica y Psicoterapia en la Universidad Autónoma de Durango. Actualmente se desempeña como docente en el Instituto Tecnológico Superior de Lerdo y ejerce la práctica clínica privada.



**Jesús Héctor Rivera Machado:** nacido en Torreón Coahuila, el 30 de diciembre de 1974. Se graduó del Instituto Tecnológico de la Laguna de la carrera de Ingeniería Electrónica. Estudió la Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con especialidad en Mecatrónica y Control en el mismo Instituto. Actualmente se desempeña como docente en el Instituto Tecnológico Superior de Lerdo.