

Adaptación de las Reglas de Ziegler-Nichols a los Parámetros de un Sistema de Primer Orden

J. A. González-Ramírez¹, J. A. Rángel-Carrillo²

Resumen— La intención de este trabajo es mostrar cuales serian las modificaciones a las reglas de sintonización de controladores PID de Ziegler-Nichols, para lograr un desempeño similar al propuesto en su método pero, usando directamente los parámetros de la respuesta dinámica del sistema, aproximada por un modelo de primer orden mas tiempo muerto basado en el criterio de dos puntos sobre la curva de reacción.

Temas claves— Controlador, PID, sintonización, modelo de primer orden, dinámica, curva de reacción.

Abstract— The intent of this paper is to show what Ziegler-Nichols PID controllers tuning rules would be, to achieve a similar performance that proposed in its method but, directly using the parameters of the dynamic response of the system, an approximate by a first order model plus downtime base on the two points criterion over the reaction curve.

Keywords— Controller, PID, tuning, first order model, dinámica, dynamic, reaction curve.

I. INTRODUCCIÓN

John Ziegler y Nathaniel Nichols propusieron en 1942 uno de los primeros procedimientos para sintonizar un controlador PID, el Fulscope 100 de Taylor Instrument [1]-[3]. Para esto se basaron en ciertas características de la dinámica del sistema como son, la pendiente y el tiempo de respuesta, parámetros obtenidos a partir de una recta tangente al punto de inflexión sobre la curva o respuesta de la planta [1]. Desde entonces estas reglas han sido ampliamente utilizadas en la sintonización de controladores sobre procesos industriales de todo tipo. En la actualidad se sabe que determinar la ubicación del punto de inflexión sobre la curva de reacción del sistema es con frecuencia una tarea difícil, ya que es común que los procesos estén contaminados con algún tipo de ruido o perturbaciones que dificultan su cálculo. Es por eso que ahora se busca la identificación del sistema a partir de métodos matemáticos que proporcionen un modelo simplificado del proceso, permitiéndonos aplicar los

conceptos tratados en control lineal. Es importante señalar que las reglas de Ziegler-Nichols no fueron diseñadas para operar con los parámetros propuestos por modelos que imitan la dinámica del sistema, por lo cual, es frecuente que el criterio de desempeño fijado usando estos datos, no se cumpla y los resultados obtenidos no sean los esperados [3]. El objetivo entonces, consiste en proponer un ajuste a estas reglas, de tal manera que sea posible usar los parámetros obtenidos de un modelo de primer orden, determinado a partir de dos puntos sobre la curva de reacción.

II. DESARROLLO

Lo primero que se necesita fue el modelo del sistema, el cual sería sometido al método de Ziegler-Nichols con el fin de obtener los parámetros necesarios para la sintonización del controlador, empleando sus reglas propuestas. El fragmento de código mostrado en la figura 1, generará N polinomios característicos de orden N , de forma aleatoria. Para el caso de estudio se generaron 20 modelos de plantas con orden de 2 a 5 y se determinaron los parámetros L y T , es decir, el tiempo de retardo del sistema y la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto de inflexión.

Posteriormente se determinaron los parámetros τ y t_m para cada función (constante de tiempo y retardo de transporte respectivamente) a partir de la aproximación de dichas funciones con modelos de primer orden mas tiempo muerto de la forma mostrada en 1.

```
clear
clc

n = input('Ingresar el orden del sistema: ');

for i=1:n,
    p(i) = -10*rand(1);
end

ec = poly(p);
Fs = tf(ec(length(ec)),ec)

dt = 0.05;
t = 0:dt:10;
y = step(Fs,t);

figure(k)
plot(t,y,'r'), grid on
```

Figura 1. Fragmento de programa para generar polinomios característicos de orden N de forma aleatoria.

¹ J. A. González Ramírez (jgonzalez@itslerdo.edu.mx), Instituto Tecnológico Superior de Lerdo. Av. Tecnológico S/N. Col. Periférico C.P. 35150. Lerdo Durango.

² J. A. Rangel Carrillo (jrangel@utt.edu.mx), Universidad Tecnológica de Torreón, C. Torreón-Matamoros S/N C.P. 27000 Ejido el Águila.

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-ms}}{\tau s + 1} \quad (1)$$

En la tabla I pueden observarse las diferencias en magnitud de estos parámetros. El fragmento de programa utilizado para encontrar L y T según el método propuesto por Ziegler y Nichols, se muestra en la figura 2. En la figura 3 se muestra una de las graficas generadas por este fragmento de código. En la figura 4 se muestra el código usado para obtener el modelo de orden reducido y en la figura 5 observamos las graficas de la planta y su modelo aproximado obtenido por el método de 1/4 y 3/4 de la magnitud de la respuesta propuesto por Alfaro [5], de donde se determino τ y t_m . El siguiente paso consistió en probar el índice de desempeño de Ziegler-Nichols con base en los parámetros obtenidos. Para esto se usan las ecuaciones mostradas en 2 - 4 y se verifica que efectivamente existe un decaimiento o una relación de un cuarto de la magnitud del máximo sobre impulsó respecto al sobre impulsó en el siguiente periodo de la respuesta del sistema, operando bajo la acción del controlador PID [4], [6], [7].

TABLA I
PARÁMETROS OBTENIDOS POR LA RECTA TANGENTE Y UN MODELO DE PRIMER ORDEN.

Recta tangente		Modelo de primer orden	
L	T	t_m	τ
0.0692	0.7271	0.1244	0.4368
0.0276	0.2898	0.0529	0.1638
0.0583	0.9040	0.1042	0.6462
0.0384	0.4208	0.0667	0.2548
0.0689	1.0251	0.1233	0.7190
0.1163	0.5847	0.1658	0.3276
0.2057	3.2447	0.2640	2.8031
0.0970	0.4636	0.1367	0.2548
0.1311	0.6419	0.1879	0.3549
0.1756	1.0619	0.2542	0.6462
1.8477	6.5308	2.5508	4.4140
0.2183	0.7751	0.2870	0.4277
0.4849	3.7616	0.6326	2.9123
0.3314	1.2381	0.4437	0.6826
0.2526	0.8932	0.3413	0.4824
0.6345	2.1646	0.8346	1.2013
0.5184	2.1944	0.6722	1.3834
0.7174	3.5193	0.9976	2.1296
0.7688	2.8471	1.0246	1.5836
0.7713	3.1415	1.0471	1.7838

```
dt = 0.05;
t = 0:dt:10;
y = step(Fs,t);
dy = diff(y)/dt;

[m,p] = max(dy);

yi = y(p);
ti = t(p);
L = ti-(yi/m);
Ta = ((y(end)-yi)/m)+ti-L;

figure(1)

plot(t,y,'b',
      [0 L L+Ta t(end)], [0 0 y(end) y(end)], 'r',
      ti,yi,'ok')
grid on, axis([0 6*Ta 0 1.2*y(end)])

title('Respuesta al escalon')
ylabel('Amplitud')
xlabel('tiempo (s)')
legend('Exacta','Aproximacion Lineal')
```

Figura 2. Fragmento de código para determinar L y T a partir de la recta tangente.

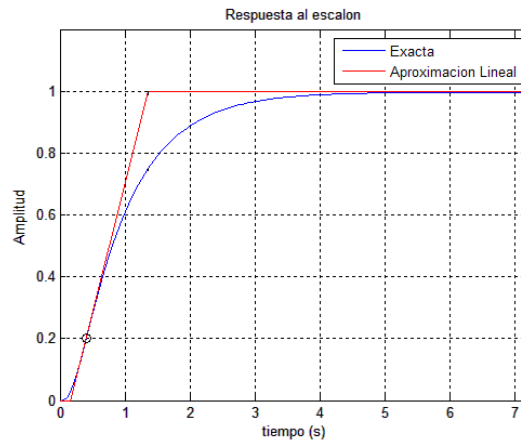


Figura 3. Modelo de Ziegler-Nichols para determinar los parámetros de tiempo de respuesta y pendiente de la recta tangente (L y T).

```
t = 0:0.01:10;
y = step(num,den,t);
plot(t,y,'b'), grid on, hold on

t25 = input('t25 = ');
t75 = input('t75 = ');

K = 1;
T = 0.9101*(t75-t25);
tm = 1.2617*t25-0.2617*t75;

num = [0 K/T];
den = [1 1/T];

sys = tf(num,den);
sys.outputd = tm

y = step(sys,t);
plot(t,y,'r')
```

Figura 4. Fragmento de código para determinar τ y t_m a partir de un modelo de primer orden.

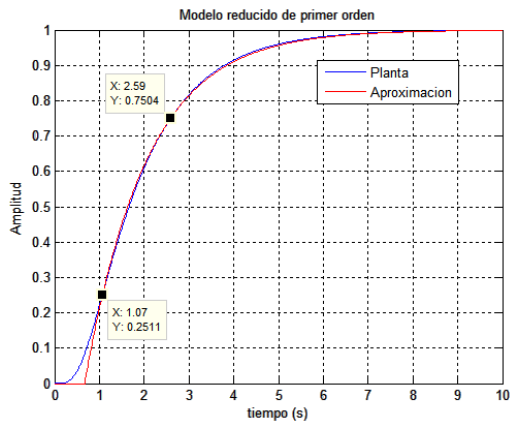


Figura 5. Grafico del modelo reducido de primer orden a partir de dos puntos sobre la curva de reacción del proceso.

$$K_p = 1.2 \cdot \frac{T}{K \cdot L} \tag{2}$$

$$T_i = 2.0 \cdot L \tag{3}$$

$$T_d = 0.5 \cdot L \tag{4}$$

Una vez que se ha determinado el modelo de la planta y se han calculado los parámetros para sintonizar el PID, se procede a introducir la función de transferencia $G(s)$ al lazo cerrado de control, esta es conectada en cascada con el controlador, tal como se muestra en la figura 6.

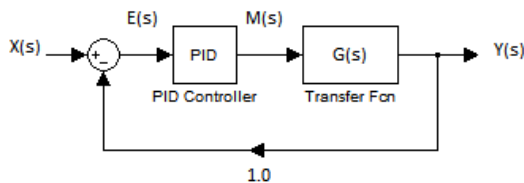


Figura 6. Lazo cerrado de control para el modelo de prueba sometido a la acción del controlador PID.

En las figuras 7 y 8 observamos el resultado de la acción del controlador PID sobre la planta usando como parámetros L y T obtenidos a partir de la recta tangente al punto de inflexión, así como τ y t_m obtenidos de un modelo de orden reducido del mismo sistema. Es evidente que la respuesta con los datos obtenidos del modelo reducido, ingresados directamente como parámetros del PID usando la regla de Ziegler-Nichols, no cumplen con el índice de desempeño fijado, y por tanto la respuesta obtenida difiere considerablemente del resultado esperado. Surge entonces la pregunta, ¿Qué modificaciones a las reglas de Ziegler-Nichols tendrían que realizarse para

poder ingresar de forma directa los parámetros obtenidos a partir de un modelo de primer orden, manteniendo el criterio de desempeño?

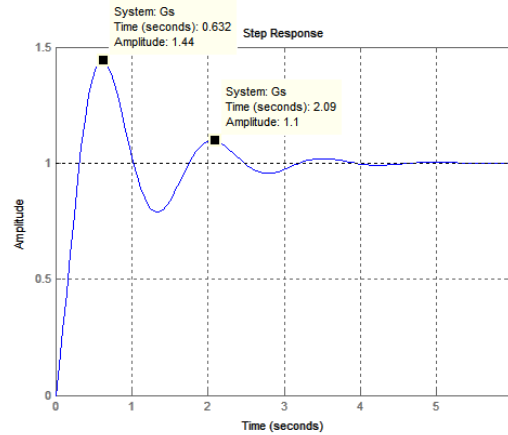


Figura 7. Respuesta del sistema retroalimentado bajo la acción del controlador PID según el criterio de Ziegler-Nichols.

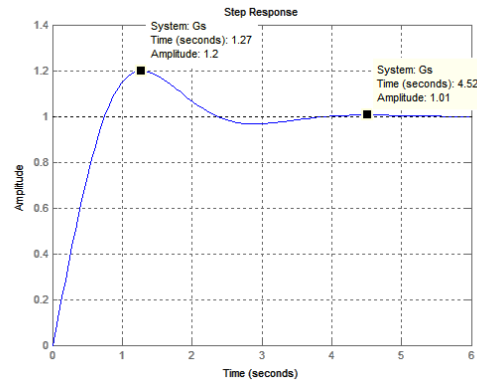


Figura 8. Respuesta del sistema retroalimentado bajo la acción del controlador PID usando directamente los parámetros de un modelo de orden reducido.

A. Diseño

Con los datos de la muestra de 20 plantas generadas en forma aleatoria, se procede a ordenar tal como se mostró en la tabla I. Usando un algoritmo de ajuste de curvas, procedemos a determinar la regla que nos permitirá usar los parámetros del modelo reducido, para conseguir un resultado similar al obtenido mediante la aplicación del método de Ziegler-Nichols. En las figuras 9 y 10 se muestran las graficas de los datos recolectados, además se han considerando las identidades mostradas en 5 y 6.

$$L = f(t_m) \tag{5}$$

$$T = f(\tau) \tag{6}$$

A partir de la aplicación del algoritmo de mínimos cuadrados se construyen el par de ecuaciones mostradas en 7 y 8, se ha optado por una aproximación lineal con el fin de mantener un criterio de cómputo simple.

$$f(t_m) = 0.7345 \cdot t_m - 0.002031 \tag{7}$$

$$f(\tau) = 1.3860 \cdot \tau + 0.1858 \tag{8}$$

$$K_p = \frac{1.6632 \cdot \tau + 0.2229}{K \cdot (0.7345 \cdot t_m - 0.0020)} \tag{9}$$

$$T_i = 1.4690 \cdot t_m - 0.0040 \tag{10}$$

$$T_d = 0.3672 \cdot t_m - 0.0010 \tag{11}$$

B. Resultados

Observando los resultados en las gráficas de la figura 11, podemos apreciar que el índice de desempeño obtenido se aproxima satisfactoriamente al que se consigue mediante el criterio de Ziegler-Nichols. Para la prueba de las ecuaciones obtenidas se propusieron 4 modelos con órdenes 2, 3, 4 y 5. Dichos modelos fueron generados nuevamente de forma aleatoria, de tal manera que no formaron parte del conjunto inicial de datos.

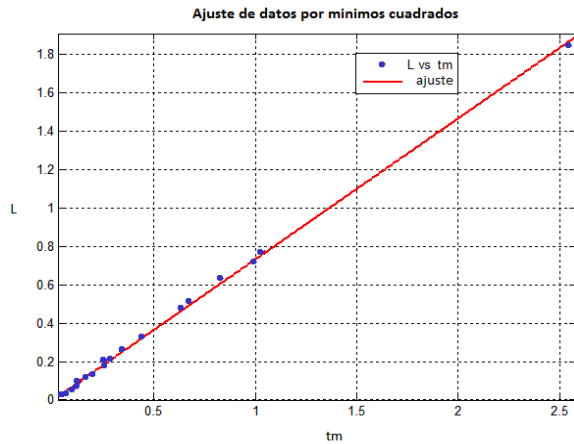


Figura 9. Ajuste lineal para el grupo de datos de tiempo de respuesta contra retardo de transporte. L vs. t_m .

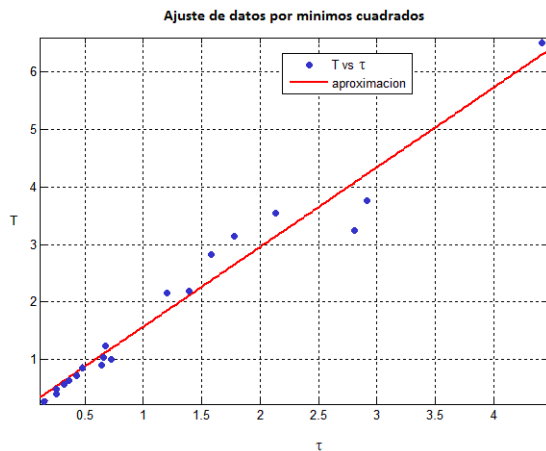
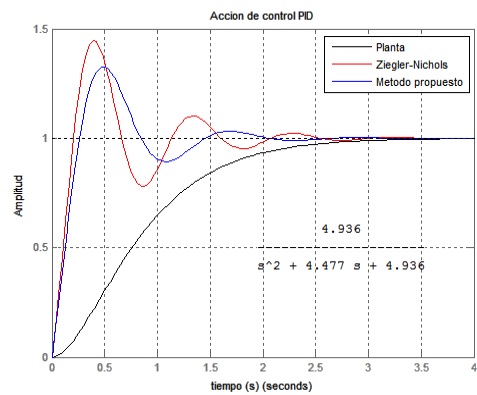
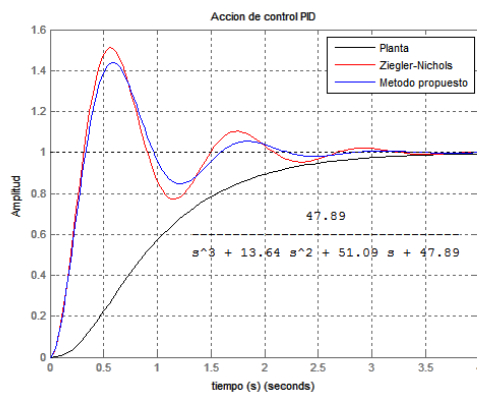


Figura 10. Ajuste lineal para el grupo de datos pendiente contra constante de tiempo modelo reducido. T vs. τ .

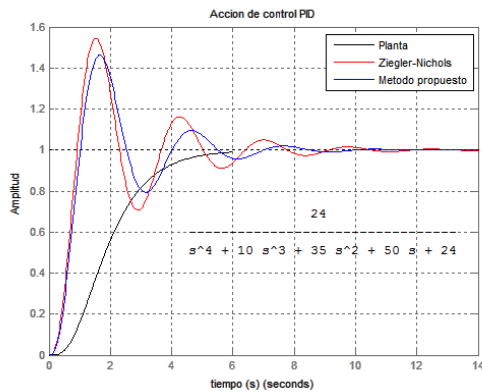
Finalmente se combinan las ecuaciones 7 y 8 con las ecuaciones de Ziegler-Nichols mostradas en 2, 3 y 4, lo cual da como resultado las ecuaciones modificadas mostradas en 9, 10 y 11. Estas ecuaciones formaran las reglas de sintonización del control PID que se usaran a partir de los parámetros que se obtienen de un modelo de primer orden mas tiempo muerto.



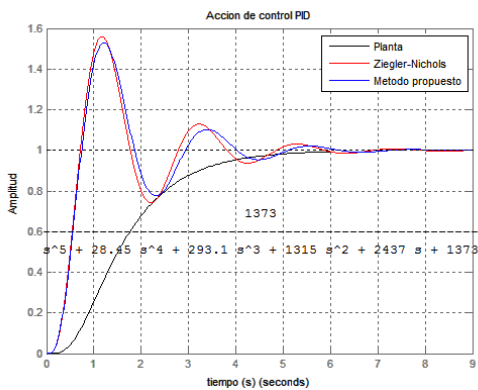
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 11. Grupo de sistemas de prueba para validar las ecuaciones modificadas. Sistemas de orden 2, 3, 4 y 5 respectivamente mostrados en (a), (b), (c) y (d).

III. CONCLUSIONES

De forma general podemos concluir que el criterio de desempeño buscado es satisfactorio usando las ecuaciones modificadas. Para el caso de modelos de segundo orden, como puede apreciarse en la figura 11(a), la respuesta esperada difiere de la respuesta usando el método de Ziegler-Nichols, en todos los casos para sistemas de orden 2, se observó un sobrepico de menor magnitud y un tiempo de establecimiento ligeramente más rápido. A medida que el orden del sistema aumenta, la respuesta mostrada usando las ecuaciones modificadas, se aproxima notablemente a la respuesta usando Ziegler-Nichols. A futuro se pretende aumentar el orden de los polinomios generados por el método de mínimos cuadrados a orden 2, e investigar si vale la pena en términos de precisión aumentar la complejidad de las ecuaciones de sintonización. Otra opción interesante sería la de buscar algún modelo de red neuronal artificial y hacer un análisis

comparativo entre métodos o bien, considerar un modelo aproximado de la planta de orden más alto.

IV. REFERENCIAS

- [1] Ziegler, J. G. & Nichols, N. B, "Optimum Settings for Automatic Controllers", ASME Transactions, Vol. 64, Pag. 759-768, 1942.
- [2] VanDoren, V. J, "Ziegler & Nichols Methods Facilitate Loop Tuning", Control Engineering, August 1998.
- [3] Bickley, G, "Modern Control Started with Ziegler y Nichols Tuning", Control Engineering, 1990.
- [4] Alfaro, V. M, "Métodos de Sintonización de Controladores PID que Operan como Reguladores", Ingeniería, Vol. 12, Pag. 21-36, 2002.
- [5] Alfaro, V. M, "Identificación de Modelos de Orden Reducido a Partir de la Curva de Reacción del Proceso", Ciencia y Tecnología Vol. 24, Pag. 197-216, 2006.
- [6] Åström, K. J. & Hägglund, T, "Control PID Avanzado", Pearson Prentice Hall, España, 2009.
- [7] Shaw, J. A, "The PID Control Algorithm, how is work, how to tune it and how to use it", Process Control Solution, Ed. 2, 2003.

V. BIOGRAFÍA



J. A. González Ramírez, Nació en Torreón Coahuila México el 07 de Agosto del año 1978. Ingeniero en electrónica con orientación a instrumentación y control. Egresado del Instituto Tecnológico de la Laguna en el año 2002 en Torreón Coahuila, México. Maestro en Ciencias de la ingeniería eléctrica en el área de instrumentación electrónica. Egresado del Centro de postgrado e investigación del ITL en el año 2005 en Torreón Coahuila, México.

Actualmente se desempeña como profesor en la carrera de Ingeniería en Electrónica en el Instituto Tecnológico Superior de Lerdo, ubicado en la ciudad de Lerdo Durango, México, e Ingeniería en Mecatrónica en la Universidad Tecnológica de Torreón, ubicada en la ciudad de Torreón Coahuila, México. Sus áreas de interés se centran en la teoría de control clásica y avanzada, el modelado e identificación de sistemas y la programación de sistemas electrónicos.



J. A. Rangel Carrillo, Nació en Torreón Coahuila, México, el 24 de Mayo del año 1973. Ingeniero en electrónica egresado del Instituto Tecnológico de la Laguna en el año 1997, en Torreón Coahuila, México. Maestro en Ciencia y Tecnología con opción terminal en Diseño y Desarrollo de Sistemas Mecánicos. Egresado de la Corporación Mexicana de Investigación en Materiales (COMIMSA) en Saltillo Coahuila, México, en el año 2008.

Actualmente se desempeña como profesor de asignatura en la carrera de Ingeniería en Electromédica e Ingeniería en Mecatrónica en la Universidad Lázame Laguna, ubicada en Gómez Palacio Durango, México, así como profesor de tiempo completo en la carrera de Ingeniería en Mecatrónica de la Universidad Tecnológica de Torreón, ubicada en Torreón Coahuila, México. Sus áreas de interés se centran en la Instrumentación electrónica y los sistemas electrónicos digitales.