

# Herramienta Computacional Desarrollada en Python para el Análisis de Flujos en un Sistema Eléctrico de Potencia

Muñoz-Castillo R. A.<sup>1</sup> ✉; Ruiz-Ponce G. E.<sup>1</sup>; Hernández-Flores C.<sup>1</sup>; Arjona-López M. A.<sup>1</sup>

## Datos de Adscripción:

<sup>1</sup> Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de La Laguna.  
División de Estudios de Posgrado e Investigación, Av. Instituto Tecnológico de La Laguna, 27000, Primero de Cobián Centro, Torreón, Coahuila, México.

✉rubenm.castillo@ieee.org

**Resumen** - El análisis del comportamiento en estado estacionario de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) es de importancia para el estudio de una red eléctrica. Los SEPs al ser representados por impedancias, resulta complejo analizarlos individualmente, debido a la interconexión entre los elementos del SEP, por lo que, el cálculo convencional de los parámetros representativos de los flujos de potencia puede complicarse. Este artículo presenta el diseño de un software de código abierto en Python que permite la solución de las ecuaciones que definen los flujos de potencia del SEP en estado estacionario. La herramienta tiene las siguientes características: (I) realiza una importación de los datos en un caso de estudio; la información es extraída de la base de datos estructurada con el formato estándar de los casos de prueba del IEEE, (II) calcula las magnitudes de los elementos resistivos para la construcción de la matriz de admitancias según la topología del sistema y el total de barras, (III) emplea el método de Newton-Raphson para determinar las variables desconocidas del sistema, da solución a las ecuaciones de flujos de potencia de acuerdo a la clasificación del bus y optimiza la solución del sistema de ecuaciones del sistema empleando técnicas de dispersidad matricial, (IV) calcula los voltajes nodales, ángulos, la transferencia de potencia y las pérdidas de cada bus del SEP, y (V) almacena los resultados en una base de datos para su posprocesamiento. Así mismo, también se presenta la solución de diferentes escenarios de SEPs con cargas balanceadas.

**Palabras Clave** - Flujos de Potencia, Método de Newton-Raphson, Python, Red Eléctrica, Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), Transmisión de Energía Eléctrica.

**Abstract** - Analyzing the steady-state behavior of Electrical Power Systems (EPS) is important for studying an electrical network. Since the EPS is represented by impedances, it is complex to analyze them individually due to the interconnection between the elements of the EPS. Therefore, the conventional calculation of the parameters representative of the power flows can be complicated. This article presents the design of open-source software in Python that allows the solution of the equations that define the power flows of the EPS in a steady state. The tool has the following characteristics: (I) imports the data into a case study; the information is extracted from the database structured with the standard format of IEEE test cases, (II) calculates the magnitudes of the resistive elements for the construction of the network admittance array following the topology of the system and the total bus bar, (III) uses the Newton-Raphson method to determine the unknown

variables of the system, provides a solution to the power flow equations according to the bus classification and optimizes the solution of the system of system equations using matrix sparse techniques, (IV) calculates the nodal voltages, angles, power transfer and losses of each bus of the SEP, and (V) stores the results in a database for post-processing. Likewise, the solution to different SEP scenarios with balanced loads is also presented.

**Keywords** - Electrical Energy Transmission, Electrical Grid, Electrical Power System (EPS), Newton-Raphson Method, Power Flows, Python.

## I. INTRODUCCIÓN

El análisis de flujos de potencia determina las condiciones operativas de equilibrio de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEPs) (Saadat, 1999). Este análisis se basa en encontrar los parámetros característicos del sistema en estado estable para monitorear los límites operativos y generar planes de contingencia ante posibles fallas o sobrecargas en el sistema (Glover, Overbye, Jeffrey-Sarma, & Mulukutla, 2017).

El comportamiento topológico del sistema presenta una complejidad y alta dimensionalidad no lineal, debido a esto, la solución característica del sistema está basada en cálculos numéricos iterativos.

La solución en estado estacionario de la red determina los ángulos y voltajes representativos de cada bus. Estas variables se emplean para calcular la corriente y los flujos de potencia activa y reactiva entre los buses que permiten la transferencia de potencias.

Debido a que la red eléctrica se modela empleando elementos como transformadores, líneas de transmisión, generadores y cargas; la computación forma una parte esencial para eficientizar los procesos de la solución iterativa de las ecuaciones de potencia características del sistema (Idema & Lahaye, 2014).

La computación de código abierto, permite multidisciplinar y adaptar el manejo de las funciones operacionales diseñadas para el cálculo de los flujos de potencia, lo que proporciona una funcionalidad más allá de las funciones preestablecidas en los softwares comerciales. La herramienta Python resulta útil debido a que proporciona librerías desarrolladas para optimizar la ejecución de la programación de los modelos matemáticos de los casos de estudio.

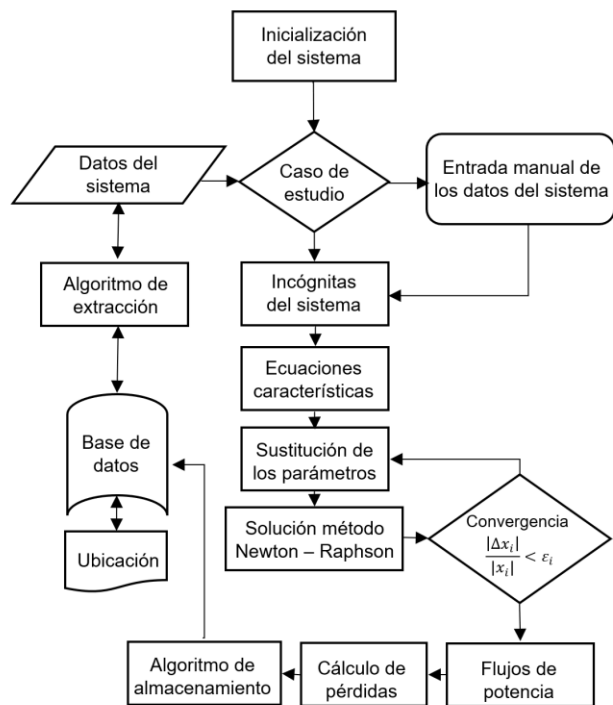
## II. PARTE TÉCNICA DEL ARTÍCULO

En esta sección se describe el análisis de los flujos de potencia del SEP del caso de prueba mediante: (I) la importación de datos del caso de estudio, (II) la construcción de la matriz de admitancias, (III) el desarrollo del método numérico de Newton-Raphson. Al resolver el sistema, los valores de los voltajes y ángulos son utilizados para: (IV) el cálculo de los flujos de potencia y las pérdidas del sistema. Al obtener las condiciones del sistema en estado estable, (V) los parámetros característicos



del sistema se almacenan en la base de datos. En la figura 1, se aprecia el diagrama de flujo que representa los procesos.

**Figura 1**  
Diagrama de flujo representativo de los procesos de la herramienta computacional para el análisis de flujos de potencia.



Debido a la diversidad de los SEPs, en el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE) se estandarizaron los casos de prueba del IEEE. Los casos de prueba están diseñados para estudiar ciertas condiciones ante diferentes escenarios de los SEPs. En este artículo se analiza el comportamiento del caso de prueba de 30 buses, el cual se muestra en la figura 2 (n.d., 2018).

### 2.1 Importación de datos del caso de estudio

La base de datos está sistematizada con la estructura estándar de los casos de prueba del IEEE. Para utilizar la base de datos que contiene la información representativa del sistema se debe ejecutar el comando respectivo para inicializar el sistema. Si la base de datos está vacía, se utilizan las funciones para establecer los datos representativos.

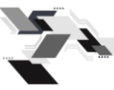
En la tabla 1 se muestran los datos de entrada de las interconexiones del sistema y en la tabla 2 se muestran los datos de entrada de los buses del sistema. A continuación, se anexa el ejemplo 1 utilizando el primer bus e interconexión para configurar la base de datos del sistema del caso de estudio cuando esta está vacía:

```
1. from pf.system import setSystem
2. setSystem(filename='30 BUSES.txt', MVABase=100)
3. setSystem.initialize()
4. setSystem.add.bus(name='GlenLyn', Vbase=132, code=3, Vpu=1.06)
5. setSystem.add.line([1, 2], R=0.0192, X=0.0575, 12B=0.0528)
6. setSystem.finalize()
```

Una vez establecidos todos los datos de entrada del respectivo sistema, las siguientes funciones se encuentran automatizadas para ser llamadas de cualquier forma.

**Tabla 1**  
Datos de entrada de las líneas de transmisión y de los transformadores del sistema de 30 buses

a	Bus	Resistencia	Reactancia	Susceptancia	Ajuste del tap
i	j	p.u.	p.u.	p.u.	u.
1	2	0.0192	0.0575	0.0528	1
1	2	0.0192	0.0575	0.0528	1
1	3	0.0452	0.1652	0.0408	1
2	4	0.057	0.1737	0.0368	1
2	5	0.0472	0.1983	0.0418	1
2	6	0.0581	0.1763	0.0374	1
3	4	0.0132	0.0379	0.0084	1
4	6	0.0119	0.0414	0.009	1
4	12	0	0.256	0	0.932
5	7	0.046	0.116	0.0204	1
6	7	0.0267	0.082	0.017	1
6	8	0.012	0.042	0.009	1
6	9	0	0.208	0	0.978
6	10	0	0.556	0	0.969
6	28	0.0169	0.0599	0.013	1
8	28	0.0636	0.2	0.0428	1
9	10	0	0.11	0	1
9	11	0	0.208	0	1
10	17	0.0324	0.0845	0	1
10	20	0.0936	0.209	0	1
10	21	0.0348	0.0749	0	1
10	22	0.0727	0.1499	0	1
12	13	0	0.14	0	1
12	14	0.1231	0.2559	0	1
12	15	0.0662	0.1304	0	1
12	16	0.0945	0.1987	0	1
14	15	0.221	0.1997	0	1
15	18	0.1073	0.2185	0	1
15	23	0.1	0.202	0	1
16	17	0.0524	0.1923	0	1
18	19	0.0639	0.1292	0	1
19	20	0.034	0.068	0	1
21	22	0.0116	0.0236	0	1
22	24	0.115	0.179	0	1
23	24	0.132	0.27	0	1
24	25	0.1885	0.3292	0	1
25	26	0.2544	0.38	0	1
25	27	0.1093	0.2087	0	1
27	29	0.2198	0.4153	0	1
27	30	0.3202	0.6027	0	1
28	27	0	0.396	0	0.968
29	30	0.2399	0.4533	0	1



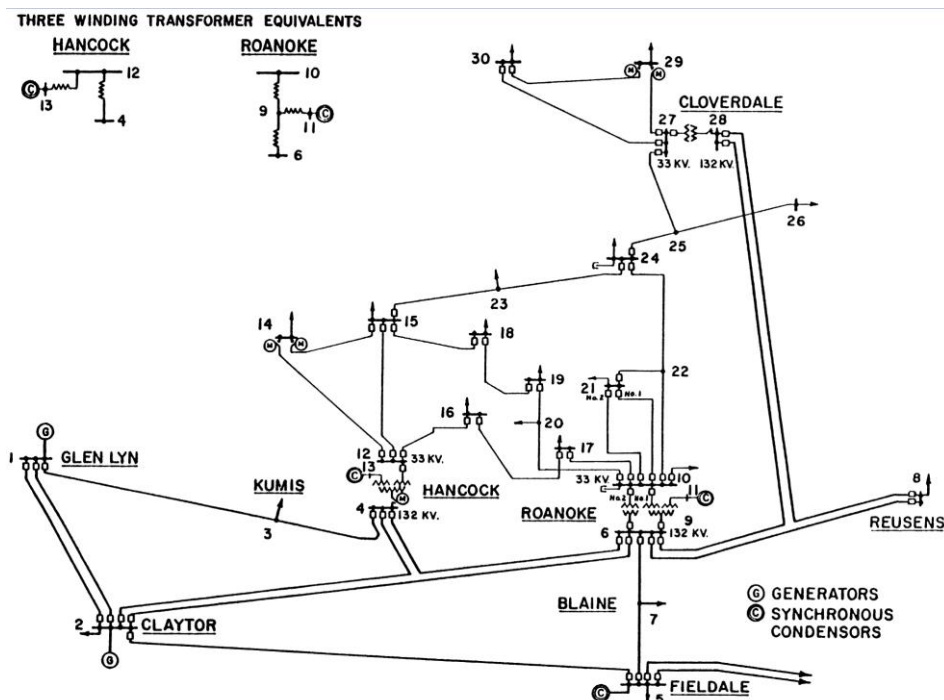
**Tabla 2**

Datos de entrada de los buses.

Bus	Bus	Voltaje	Bus	Voltaje	Ángulo	Potencia activa conectada	Potencia reactiva conectada	Potencia activa generada	Potencia reactiva generada mínima	Potencia reactiva generada máxima	Potencia reactiva inyectada
No	Nombre	kV	Clasificación	p.u.	rad	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	
1	GlenLyn	132	3	1.06	0	0	0	0	0	0	0
2	Claytor	132	2	1.043	0	21.7	12.7	40	50	-40	0
3	Kumis	132	0	1	0	2.4	1.2	0	0	0	0
4	Hancock	132	0	1.06	0	7.6	1.6	0	0	0	0
5	Fieldale	132	2	1.01	0	94.2	19	0	40	-40	0
6	Roanoke	132	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	Blaine	132	0	1	0	22.8	10.9	0	0	0	0
8	Reusens	132	2	1.01	0	30	30	0	40	-10	0
9	Roanoke	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	Roanoke	33	0	1	0	5.8	2	0	0	0	0.19
11	Roanoke	11	2	1.082	0	0	0	0	24	-6	0
12	Hancock	33	0	1	0	11.2	7.5	0	0	0	0
13	Hancock	11	2	1.071	0	0	0	0	24	-6	0
14	Bus14	33	0	1	0	6.2	1.6	0	0	0	0
15	Bus15	33	0	1	0	8.2	2.5	0	0	0	0
16	Bus16	33	0	1	0	3.5	1.8	0	0	0	0
17	Bus17	33	0	1	0	9	5.8	0	0	0	0
18	Bus18	33	0	1	0	3.2	0.9	0	0	0	0
19	Bus19	33	0	1	0	9.5	3.4	0	0	0	0
20	Bus20	33	0	1	0	2.2	0.7	0	0	0	0
21	Bus21	33	0	1	0	17.5	11.2	0	0	0	0
22	Bus22	33	0	1	0	0	0	0	0	0	0
23	Bus23	33	0	1	0	3.2	1.6	0	0	0	0
24	Bus24	33	0	1	0	8.7	6.7	0	0	0	0.043
25	Bus25	33	0	1	0	0	0	0	0	0	0
26	Bus26	33	0	1	0	3.5	2.3	0	0	0	0
27	Cloverdle	33	0	1	0	0	0	0	0	0	0
28	Cloverdle	132	0	1	0	0	0	0	0	0	0
29	Bus29	33	0	1	0	2.4	0.9	0	0	0	0
30	Bus30	33	0	1	0	10.6	1.9	0	0	0	0

**Figura 2**

Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico de Potencia del caso de prueba de 30 buses.



## 2.2 Construcción de la matriz de admitancias

La admitancia es el inverso de la impedancia, y ésta relaciona los voltajes y corrientes del sistema de forma matricial. La matriz de admitancias ( $Y_{bus}$ ), contiene los parámetros resistivos característicos de la topología del sistema; estos parámetros se dividen en dos tipos de elementos: los elementos propios y mutuos. Los elementos propios se encuentran en la diagonal de la matriz, se componen de la sumatoria de las admitancias de las líneas de transmisión conectadas al bus respectivo, esto debido a que representan la admitancia total que percibe el bus respectivo. Los elementos mutuos representan la admitancia de la línea de transmisión interconectada entre dos buses. En este artículo, se modela la línea de transmisión con el modelo  $\pi$ , el cual relaciona la resistencia y reactancia de la línea y la susceptancia en paralelo, esto permite aproximar eficazmente las pérdidas de potencia activa y reactiva, y las caídas de tensión. El cálculo de los elementos propios de la  $Y_{bus}$  puede llevarse a cabo dos formas diferentes, tal como se muestra en (1) y (2).

$$Y_{busik} = \frac{1}{R + jX} + \frac{jB_s}{2} \quad (1)$$

Donde  $R$  es la resistencia y  $X$  la reactancia de la línea de transmisión en ohm ( $\Omega$ ) y  $B_s$  es la susceptancia en paralelo en siemens ( $S$ ),  $j$  es la unidad imaginaria e  $i$  y  $k$  representan la posición del elemento, donde  $i$  igual a  $k$ .

$$Y_{busik} = G + jB + \frac{jB_s}{2} \quad (2)$$

Donde  $G$  es la conductancia y  $B$  la susceptancia de la línea de transmisión en siemens ( $S$ ).

El cálculo de los parámetros mutuos se muestra en (3) y (4). A diferencia de los elementos propios, estos son negativos, esto debido a la referencia entre los elementos que aportan potencia al sistema y los que la consumen.

$$Y_{busik} = -\frac{1}{R + jX} \quad (3)$$

$$Y_{busik} = -(G + jB) \quad (4)$$

Donde  $i$  es diferente de  $k$ .

La conductancia ( $G$ ) representa la capacidad que tiene el sistema para conducir la corriente eléctrica; también es la parte real de la admitancia. La susceptancia ( $B$ ) representa la capacidad que tiene el sistema para almacenar energía en forma de campo magnético; también es la parte imaginaria de la admitancia. Para el cálculo de  $G$  y  $B$ , se utiliza (5) y (6).

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad (5)$$

$$B = -\frac{X}{R^2 + X^2} \quad (6)$$

Para simplificar la construcción iterativa de la  $Y_{bus}$ , se adquieren los datos de interconexión del sistema y se itera solo sobre estas posiciones. Internamente, se determina la topología del sistema,

lo que permite caracterizar la interconexión que se presenta en un bus respectivo. Además, la  $Y_{bus}$  resulta ser una matriz cuadrada y simétrica, lo que permite que la construcción de ésta pueda construirse en paralelo, solo con el cálculo de los elementos de orden superior. Por lo tanto, la matriz de orden inferior es igual a la matriz transpuesta de orden superior, como se muestra en (7). Las dimensiones de la matriz se establecen mediante el número de buses del sistema.

$$Y_{buski} = Y_{busik}^T \quad (7)$$

Esto de forma iterativa, significa cambiar el orden de las posiciones de los elementos matriciales para los puntos con interconexión, como se muestra en (8). Como la admitancia propia se encuentra sobre la diagonal,  $i$  resulta diferente de  $k$ .

$$Y_{buski} = Y_{busik} \quad (8)$$

Al emplear esta metodología, se reduce considerablemente el tiempo de procesamiento para la construcción de la matriz de admitancias de sistemas con cientos de buses.

A continuación, se presenta el ejemplo 2 para la construcción de la  $Y_{bus}$ :

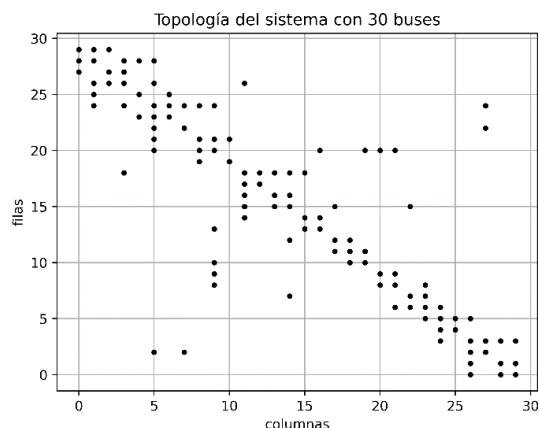
```
1. from pf.system import getSystem
2. getSystem(filename='30 BUSES.txt')
3. getSystem.initialize()
4. getSystem.Ybus()
5. getSystem.finalize()
```

Esto retorna  $Y_{bus}$  con sus respectivos valores. Para visualizar de forma gráfica la topología del sistema, la línea cuatro del código debe ser modificada por lo siguiente:

```
4. getSystem.Ybus(plotts=True)
```

En la figura 3, se muestra la representación gráfica de la topología del sistema de 30 buses. Se aprecia que las posiciones de los elementos están invertidas, es decir, el elemento de la matriz (1,1), está graficado sobre el elemento (29, 29). Esto es debido a que existe una modificación entre la ocurrencia de las filas, lo que permite visualizar una gráfica idéntica a la configuración matemática de la interconexión del sistema.

**Figura 3**  
Representación gráfica de la topología del sistema del caso de estudio con 30 buses.

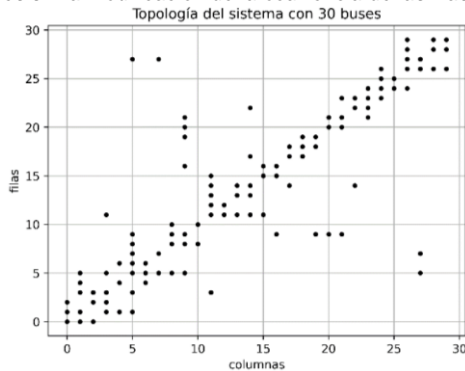




En esta función se determina el tipo de configuración del SEP (Viqueira Landa, 2010), esto mediante la estructura topológica de la  $Y_{busik}$ . Se observa en el sistema de 30 buses, la no linealidad que presenta el sistema, donde los elementos que están muy cercanos a la diagonal o adyacentes a ella, indican que las conexiones del sistema están establecidas como locales, así mismo, los elementos que están alejados de la diagonal representan la interconexión del sistema red.

En la figura 4, se muestra la representación gráfica de la topología del sistema sin la modificación. Se observa que, al no aplicar la modificación, se puede presentar una interpretación errónea de la topología del sistema.

**Figura 4**  
 Representación gráfica de la topología del sistema del caso de estudio con 30 buses sin la modificación de la ocurrencia de las filas.



### 2.3 Desarrollo del método numérico de Newton – Raphson.

El método de Newton – Raphson, es un método numérico iterativo diseñado para resolver sistemas no lineales (Játiva, Constante, & Cabrera, 2014). La ecuación que representa el algoritmo se muestra en (9).

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (9)$$

Donde  $f'(x_n)$  es diferente de cero.

La configuración de este método empleado en SEPs, se muestra en (10).

$$\begin{bmatrix} \delta(i+1) \\ V(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(i) \\ V(i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\delta(i) \\ \Delta V(i) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde  $\delta$  es el ángulo de fase del voltaje en rad y  $V$  es la magnitud del voltaje en pu.

Para determinar los valores de (10), se utilizan las ecuaciones de potencia, las cuales se muestran en (11), (12), (13) y (14) (Glover, Overbye, Jeffrey-Sarma, & Mulukutla, 2017).

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n Y_{ik} V_k \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (11)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n Y_{ik} V_k \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (12)$$

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k [G_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k) + B_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k)] \quad (13)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k [G_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k) + B_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k)] \quad (14)$$

Donde (11) y (12) están estructuradas en coordenadas polares y (13) y (14) están estructuradas en coordenadas rectangulares.

La solución de los flujos de potencia establece que los parámetros característicos para determinar las condiciones operativas son: la magnitud del voltaje ( $V$ ), el ángulo de fase del voltaje ( $\delta$ ), la potencia activa ( $P$ ) y reactiva ( $Q$ ) del respectivo bus del sistema. Se observa en (10) que los parámetros de la solución iterativa son  $V$  y  $\delta$ ; estos valores están relacionados con las ecuaciones de potencia.

En el control de los flujos de potencia, la potencia activa está relacionada con el ángulo de fase, esto debido a que si hay una variación en  $\delta$ , esta variación se ve reflejada en  $P$  en la misma dirección, tal como se muestra en (15). Así mismo, la potencia reactiva ( $Q$ ) está relacionada con el voltaje ( $V$ ), por lo que si hay una variación en  $V$ , la diferencia de tensiones se ve modificada, por lo que la variación en  $Q$  se verá reflejada en la misma dirección, tal como se muestra en (16) (Kundur, 1994) & (Glover, Overbye, Jeffrey-Sarma, & Mulukutla, 2017). Estas expresiones son mostradas en su forma más simple y generalizada. También se muestra en (17) la suma compleja de  $P$  y  $Q$ , la cual representa la potencia compleja ( $S$ ). La relación entre  $P - \delta$  y  $Q - V$ , permite determinar la ecuación característica que representa a las variables del sistema, es decir, en (10) se emplea (11) o (13) para determinar  $\delta$ , y (12) y (14) para determinar  $V$ .

$$P = V_r E_s Y_{sr} \sin(\delta) \quad (15)$$

$$Q = V_r Y_{sr} (E_s \cos(\delta) - V_r) \quad (16)$$

$$S = P + jQ \quad (17)$$

Donde  $P$  es la potencia activa,  $Q$  es la potencia reactiva,  $V_r$  es el voltaje recibido,  $E_s$  es el voltaje de envío,  $Y_{sr}$  es la admitancia entre  $E_s$  y  $V_r$ ,  $\delta$  es el ángulo del bus de envío,  $s$  y  $r$  representan la transferencia de potencia entre los buses de envío y de recepción, respectivamente.

Además, se observa que, al relacionar la diferencia de voltajes con la admitancia, se obtiene la corriente, tal como se muestra en (18).

$$I = (E_s - V_r) Y_{sr} \quad (18)$$

Al establecer las ecuaciones de potencia y sus relaciones, se determinan las ecuaciones características del sistema. Estas dependen de 2 factores principales: 1. La clasificación del bus, y 2. La existencia de la interconexión.

1. La clasificación del bus, determina el funcionamiento para el que éste fue diseñado. Existen 3 principales tipos de buses (Grainger & Stevenson, 1996):

1.1 El bus de carga ó  $PQ$ , es aquel que suministra  $P$  y  $Q$  de forma constante en función a la carga conectada en el respectivo bus. Por lo tanto, los parámetros desconocidos son  $\delta$  y  $V$ . La clasificación del bus se estandariza con el código 0.

Así mismo, el código 1, representa también un bus de carga, y a diferencia del código 0, éste tiene conectada una carga variable.

1.2 El bus de voltaje controlado ó *PV*, es aquel que proporciona *P* y *V* de forma constante. En éste, se especifica *P* y *V*, por lo que los parámetros desconocidos son *Q* y  $\delta$ . La clasificación del bus se estandariza con el código 2.

1.3 El bus Swing o Slack, es aquel que actúa como compensador del sistema, debido a que proporciona la generación de potencia restante. Este bus funciona como referencia, por lo tanto, se idealizan los parámetros *V* y  $\delta$ , y los parámetros desconocidos son *P* y *Q*. La clasificación del bus se estandariza con el código 3.

2. Se observa que las ecuaciones de potencia dependen de la magnitud de los elementos de la matriz de admitancia y ésta de la interconexión del sistema. Esto permite determinar la longitud de la ecuación de potencia, debido a que para los elementos nulos en la matriz de admitancias dan como resultado que respecto para ese elemento, la ecuación de potencia sea nula; esto permite que al modificar  $Y_{busik}$  con técnicas de esparcidad, el cálculo de potencias resulte optimizado solo para los elementos diferentes de un valor nulo. A continuación, se anexa el ejemplo 3, el cual presenta una continuación del ejemplo 2. En este ejemplo se determinan las ecuaciones características del sistema:

```
6. from pf.system import BusByType
7. from pf.system import PowerEquations
8. f = PowerEquations(b=BusByType(buses), buses=buses)
9. a, b = f.BusByType_.totalEquationsByBus()
10. c = f.powerByBUStype(b)
```

Para encontrar la solución de (10), la ecuación se separa en dos términos, tal como se muestra en (19) y (20). En (19), se aprecia la diferencia del vector de potencia neta ( $P_{neta}$ ) transmitida en el sistema y el vector de potencia característico ( $P_{self}$ ) de la sustitución de los valores de *V* y  $\delta$  respectivos en las ecuaciones de potencia características del sistema. Se aprecia que  $P_{neta}$  se mantiene constante y  $P_{self}$  es dinámico de acuerdo a cada iteración.

$$y = \begin{bmatrix} \delta(i) \\ V(i) \end{bmatrix} = P_{neta} - P_{self} = \begin{bmatrix} P_{gen} - P_{carga} \\ Q_{gen} - Q_{carga} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P(i) \\ Q(i) \end{bmatrix} \quad (19)$$

En (20), se aprecia el producto de la matriz jacobiana (*J*) que contiene las variaciones de potencia respecto a las variables del sistema y el vector de potencia característico ( $P_{self}$ ). La construcción de la matriz jacobiana se muestra en (21).

$$f(x) = \begin{bmatrix} \Delta\delta(i) \\ \Delta V(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(i) \\ Q(i) \end{bmatrix} \quad (20)$$

La matriz jacobiana es una herramienta matemática que representa el cambio de potencia ante la variación de los voltajes y ángulos del sistema. Esta matriz es dinámica al sustituir la actualización de *V* y  $\delta$  en cada iteración

$$J = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P(i)}{\partial \delta} & \frac{\partial P(i)}{\partial |V|} \\ \frac{\partial Q(i)}{\partial \delta} & \frac{\partial Q(i)}{\partial |V|} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Al sustituir, en (22) se muestra (10) en su forma amplia. Esta ecuación, itera hasta que la diferencia entre los valores previos y los actualizados sea menor a la tolerancia establecida en los criterios de convergencia (Idema & Lahaye, 2014).

$$\begin{bmatrix} \delta(i+1) \\ V(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{gen} - P_{carga} \\ Q_{gen} - Q_{carga} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P(i) \\ Q(i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial P(i)}{\partial \delta} & \frac{\partial P(i)}{\partial |V|} \\ \frac{\partial Q(i)}{\partial \delta} & \frac{\partial Q(i)}{\partial |V|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(i) \\ Q(i) \end{bmatrix} \quad (22)$$

A continuación, se anexa el ejemplo 4, el cual presenta una continuación del ejemplo 3. En este ejemplo se presenta la solución del sistema no lineal con el método del Newton – Raphson:

```
11. from pf.system import setPower
12. from pf.system import NR
13. P = setPower(d0=d, V0=V, Yb=Y, th=theta)
14. NR(tol=0.0001, iter_=5)
```

#### 2.4 Cálculo de flujos de potencia y pérdidas del sistema.

Los flujos de potencia ( $PF_{sr}$ ) representan la transferencia de potencia respecto a las interconexiones del sistema, ya que éstas determinan la dirección de la transmisión de energía eléctrica. El cálculo de  $PF_{sr}$  se muestra en (23).

$$PF_{sr} = V_s I_{sr}^* \quad (23)$$

Al sustituir (18) en (23), se obtiene (24).

$$PF_{sr} = V_s ((V_s - V_r) Y_{sr})^* \quad (24)$$

El cálculo de las potencias de generación se determina a través de la sumatoria de los flujos de potencia presentes en el respectivo bus. De acuerdo con la clasificación de los buses, la potencia activa generada desconocida, solo aplica para el bus Slack; en cambio, la potencia reactiva generada es desconocida para todos los buses que la proporcionen, tal como se muestra en (25) y (26), respectivamente. Esta expresión indica los límites de la sumatoria para los valores existentes en la fila del bus respectivo. Esto debido a que, al manejar la matriz dispersa (Gross, 1979), al iterar a lo largo de *n*,  $PF_{sr}$  arroja valores nulos. Por lo tanto, el número de iteraciones se determina por el número de interconexiones *c*.

$$P_s = \sum_r^c \Re(PF_{sr}) \quad (25)$$

$$Q_s = \sum_r^c \Im(PF_{sr}) \quad (26)$$

Así mismo, los flujos de potencia pueden ser calculados con la  $Y_{bus}$  de orden superior, solo se modifica la ocurrencia de *s* y *r*, tal como se mostró en (7). Esto calcula en paralelo  $PF_{sr}$  y  $PF_{rs}$ .

El factor de potencia (*FP*) representa la eficiencia en la transferencia de energía eléctrica, en (27) se muestra su cálculo.

$$FP = \frac{P}{|S|} \quad (27)$$

Para el cálculo de las pérdidas en cada interconexión del sistema, se suma  $PF_{sr}$  y  $PF_{rs}$ , tal como se muestra en (28). En cambio, en (29) se muestra el cálculo de las pérdidas totales del sistema, y se establecen los límites de la sumatoria a lo largo de las interconexiones.

$$P_{losses} + jQ_{losses} = PF_{sr} + PF_{rs} \quad (28)$$

$$S_{total} = \sum_s^c (P_{losses} + jQ_{losses})_s \quad (29)$$

Al determinar el voltaje en el bus de carga, éste puede presentar una caída de tensión considerable, provocada por los elementos resistivos de las interconexiones. Para su compensación, se inyecta una potencia reactiva capacitiva ( $Q_c$ ), la cual está determinada por el voltaje del bus, esto debido a la relación en (15). El cálculo de  $Q_c$  se muestra en (30). Esto es utilizado para corregir el factor de potencia. Además, permite reducir los costos de operación del sistema (Wood, Wollenberg, & Sheblé, 2014).

$$Q_c = \frac{V_i^2}{X_c} \quad (30)$$

Donde  $X_c$  es la reactancia capacitiva.

Para conocer la distribución de  $Q_c$  en función de la magnitud de la susceptancia capacitiva interconectada, se identifican los elementos resistivos que están interconectados en el respectivo bus, tal como se muestra en (31).

$$B_{cik} = \frac{1}{2} \frac{Q_c Y_{ik}}{V_i^2 Y_{ii}} \quad (31)$$

Donde  $\frac{Y_{ik}}{Y_{ii}}$ , es el factor de proporcionalidad de la susceptancia entre la interconexión. Por lo tanto, la susceptancia capacitiva representa las susceptancias de las interconexiones, tal como se muestra en (32).

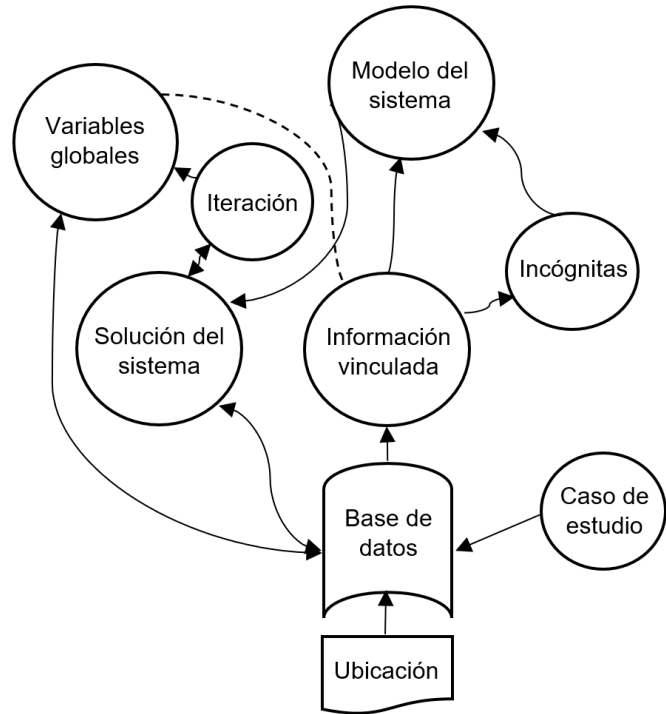
$$B_{cii} = \sum_k^c B_{cik} \quad (32)$$

### 2.5 Almacenamiento en la base de datos.

El almacenamiento de los datos del sistema, permite operar sin el recálculo de los mismos. Debido a que la solución del sistema se basa en la aproximación por un método iterativo, si el caso de estudio se compone por un sistema de cientos de buses, el almacenamiento de las incógnitas del sistema representa una optimización en el tiempo de cómputo.

La base de datos cuenta con un sistema de almacenamiento automatizado, el cual caracteriza con un identificador, la funcionalidad de cada operación que retorna la herramienta computacional. En la figura 5, se muestra el diagrama que representa la dinámica de la base de datos.

Diagrama representativo de la base de datos de la herramienta computacional.



## III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se muestran los resultados relevantes para los flujos de potencia, como lo son las incógnitas del sistema, la solución del sistema, el criterio de convergencia, los flujos de potencia, las potencias de generación y las pérdidas del sistema. En la tabla 3, se observa que, de acuerdo con la clasificación del bus, se determinan las incógnitas del sistema. De acuerdo a la relación de las variables y las potencias, se establecen las ecuaciones características del sistema.

En la tabla 4, se muestra la solución del sistema con una tolerancia del 0.1% (Saadat, 1999). Esta solución se compara con el software OpenDSS y el caso de prueba del IEEE. También muestra el error de aproximación de los resultados.

En la tabla 5, se muestran los resultados de los flujos de potencia activa y reactiva, donde L es el símbolo para la línea de transmisión y T para el transformador. Estos valores fueron comparados con los resultados del software openDSS. Se observa que en la columna Bus-d, se encuentran los números 1 y 2, esto indica que el flujo de potencia va en su sentido natural e inverso, respectivamente.

Figura 5



**Tabla 3**  
*Incógnitas y ecuaciones del sistema de acuerdo a la clasificación del bus.*

Bus	Bus	Incógnitas del sistema	del	Ecuaciones características del sistema									
No	Clasificación	Ángulo	Voltaje	Potencia activa	Potencia reactiva								
1	3	---	---	---	---	3	0	1.034	-7.654	1.021	-7.96	1.27	4.00
2	2	delta2	---	P2	---	4	0	1.025	-9.379	1.012	-9.62	1.29	2.57
3	0	delta3	V3	P3	Q3	5	2	1.010	-13.989	1.01	-14.37	0.00	2.72
4	0	delta4	V4	P4	Q4	6	0	1.018	-11.052	1.01	-11.34	0.77	2.61
5	2	delta5	---	P5	---	7	0	1.010	-12.835	1.002	-13.12	0.76	2.22
6	0	delta6	V6	P6	Q6	8	2	1.010	-11.671	1.01	-12.1	0.00	3.68
7	0	delta7	V7	P7	Q7	9	0	1.028	-14.238	1.051	-14.38	2.27	1.00
8	2	delta8	---	P8	---	10	0	1.005	-15.943	1.045	-15.97	3.94	0.17
9	0	delta9	V9	P9	Q9	11	2	1.082	-14.238	1.082	-14.39	0.00	1.07
10	0	delta10	V10	P10	Q10	12	0	1.030	-15.491	1.057	-15.24	2.66	1.62
11	2	delta11	---	P11	---	13	2	1.071	-15.491	1.071	-15.24	0.00	1.62
12	0	delta12	V12	P12	Q12	14	0	1.012	-16.400	1.042	-16.13	2.93	1.64
13	2	delta13	---	P13	---	15	0	1.006	-16.419	1.038	-16.22	3.18	1.21
14	0	delta14	V14	P14	Q14	16	0	1.012	-15.936	1.045	-15.83	3.31	0.67
15	0	delta15	V15	P15	Q15	17	0	1.002	-16.182	1.04	-16.14	3.79	0.26
16	0	delta16	V16	P16	Q16	18	0	0.993	-16.995	1.028	-16.82	3.50	1.03
17	0	delta17	V17	P17	Q17	19	0	0.989	-17.134	1.026	-17	3.76	0.78
18	0	delta18	V18	P18	Q18	20	0	0.992	-16.896	1.03	-16.8	3.81	0.57
19	0	delta19	V19	P19	Q19	21	0	0.992	-16.407	1.033	-16.42	4.12	0.08
20	0	delta20	V20	P20	Q20	22	0	0.993	-16.387	1.033	-16.41	4.07	0.14
21	0	delta21	V21	P21	Q21	23	0	0.991	-16.702	1.027	-16.61	3.64	0.55
22	0	delta22	V22	P22	Q22	24	0	0.979	-16.710	1.021	-16.78	4.25	0.42
23	0	delta23	V23	P23	Q23	25	0	0.981	-16.362	1.017	-16.35	3.65	0.07
24	0	delta24	V24	P24	Q24	26	0	0.963	-16.814	1	-16.77	3.86	0.26
25	0	delta25	V25	P25	Q25	27	0	0.991	-15.863	1.023	-15.82	3.20	0.27
26	0	delta26	V26	P26	Q26	28	0	1.016	-11.701	1.007	-11.97	0.86	2.30
27	0	delta27	V27	P27	Q27	29	0	0.971	-17.175	1.003	-17.06	3.33	0.67
28	0	delta28	V28	P28	Q28	30	0	0.959	-18.119	0.992	-17.94	3.46	0.99
29	0	delta29	V29	P29	Q29								
30	0	delta30	V30	P30	Q30								

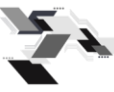
**Tabla 4**  
*Valores de la solución del sistema mediante el método de Newton – Raphson.*

Sistema		Herramienta computacional	OpenDSS y caso de prueba del IEEE		Exactitud		
Bus	Bus	Voltaje	Ángulo	Voltaje	Ángulo	V	δ
No	Code	p.u.	rad	p.u.	rad	%	%
1	3	1.060	0.000	1.06	0	0.00	0.00
2	2	1.043	-5.301	1.043	-5.48	0.00	3.37

**Tabla 5**  
*Flujos de potencia del sistema de 30 buses.*

Sistema		Herramienta computacional		OpenDSS		Exactitud			
Flujos de potencia									
Bus	Bus	Bus	ij	P	Q	P	Q	MW	MVAR
Tipo	i	j	d	MW	MVAR	MW	MVAR	%	%
L	1	2	1	172.8	-21.4	173.2	-21.4	0.22	0.13
L	1	2	2	-167.7	31.1	-168	31.1	0.20	0.15
L	1	3	1	88.2	4.6	87.7	4.6	0.58	0.21
L	1	3	2	-85.1	2.4	-84.6	2.4	0.56	1.48
L	2	4	1	43.6	4.0	43.6	4	0.02	0.01
L	2	4	2	-42.6	-4.8	-42.6	-4.8	0.02	0.00
L	3	4	1	82.7	-3.6	82.2	-3.6	0.58	0.57

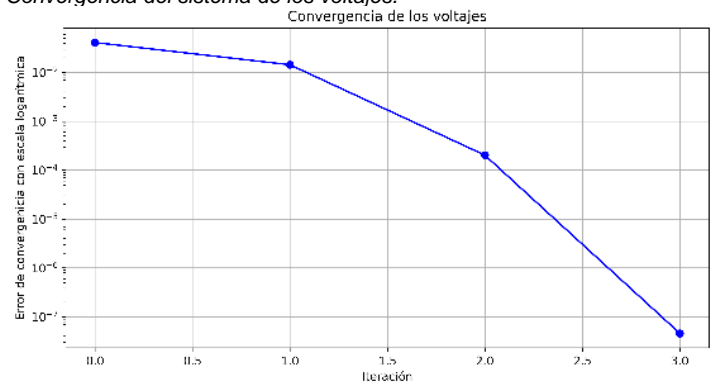


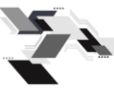


L	3	4	2	-81.8	5.2	-81.3	5.2	0.64	0.65	L	24	25	1	-1.5	2.1	-1.2	2	18.86	3.94
L	2	5	1	82.1	1.7	82.4	1.7	0.32	0.52	L	24	25	2	1.5	-2.1	1.2	-2	19.14	3.94
L	2	5	2	-79.2	6.3	-79.4	6.3	0.25	0.23	L	25	26	1	3.5	2.4	3.5	2.4	1.37	0.94
L	2	6	1	60.2	0.6	60.3	0.6	0.10	0.08	L	25	26	2	-3.5	-2.3	-3.5	-2.3	0.00	0.00
L	2	6	2	-58.3	1.4	-58.4	1.4	0.17	0.45	L	25	27	1	-5.0	-0.5	-4.8	-0.4	4.62	12.46
L	4	6	1	72.8	-16.2	72.1	-16.2	0.98	0.19	L	25	27	2	5.1	0.5	4.8	0.4	5.23	14.30
L	4	6	2	-72.2	17.5	-71.5	17.5	0.97	0.26	L	27	29	1	6.2	1.7	6.2	1.7	0.01	0.01
L	5	7	1	-15.0	12.0	-14.7	11.9	1.97	1.19	L	27	29	2	-6.1	-1.5	-6.1	-1.5	0.12	0.09
L	5	7	2	15.1	-13.6	14.9	-13.5	1.62	0.83	L	27	30	1	7.1	1.7	7.1	1.7	0.06	0.04
L	6	7	1	38.3	-3.1	38.1	-3.1	0.60	0.23	L	27	30	2	-6.9	-1.4	-6.9	-1.4	0.42	0.28
L	6	7	2	-37.9	2.6	-37.7	2.6	0.65	0.50	L	29	30	1	3.7	0.6	3.7	0.6	0.20	0.14
L	6	8	1	29.6	-7.8	29.6	-7.8	0.07	0.00	L	29	30	2	-3.7	-0.5	-3.7	-0.5	0.79	0.59
L	6	8	2	-29.5	7.2	-29.5	7.2	0.07	0.00	L	8	28	1	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	4.19	1.78
L	12	14	1	8.0	2.4	7.9	2.4	1.12	1.02	L	8	28	2	0.5	-3.9	0.5	-3.9	4.23	0.22
L	12	14	2	-7.9	-2.2	-7.8	-2.2	1.30	1.23	L	6	28	1	19.0	0.0	18.7	0	1.33	0.00
L	12	15	1	17.8	6.8	17.9	6.8	0.37	0.37	L	6	28	2	-18.9	-1.1	-18.6	-1.1	1.55	0.68
L	12	15	2	-17.6	-6.4	-17.7	-6.4	0.72	0.73	T	6	9	1	28.0	-8.2	27.7	-8.2	0.92	0.38
L	12	16	1	7.0	3.5	7.2	3.4	3.15	3.84	T	6	9	2	-28.0	9.8	-27.7	9.8	0.92	0.43
L	12	16	2	-6.9	-3.4	-7.2	-3.2	4.31	5.35	T	6	10	1	15.7	0.2	15.8	0.2	0.73	6.41
L	14	15	1	1.7	0.7	1.6	0.6	6.05	8.97	T	6	10	2	-15.7	1.1	-15.8	1.1	0.73	0.61
L	14	15	2	-1.7	-0.7	-1.6	-0.6	5.46	8.13	T	9	11	1	0.0	-15.8	0	-15.8	0.00	0.00
L	16	17	1	3.4	1.7	3.7	1.4	8.75	15.51	T	9	11	2	0.0	16.2	0	16.2	0.00	0.00
L	16	17	2	-3.4	-1.7	-3.7	-1.4	9.23	16.05	T	9	10	1	28.0	6.0	27.7	5.9	0.92	2.29
L	15	18	1	6.1	1.6	6	1.6	1.14	1.47	T	9	10	2	-28.0	-5.2	-27.7	-5.1	0.92	2.49
L	15	18	2	-6.0	-1.5	-6	-1.5	0.33	0.45	T	4	12	1	44.0	14.2	44.2	14.2	0.45	0.01
L	18	19	1	2.8	0.6	2.8	0.6	0.71	1.64	T	4	12	2	-44.0	-9.5	-44.2	-9.5	0.45	0.18
L	18	19	2	-2.8	-0.6	-2.8	-0.6	0.44	1.01	T	12	13	1	0.0	-10.5	0	-10.5	0.00	0.00
L	19	20	1	-6.7	-2.8	-6.7	-2.8	0.18	0.07	T	12	13	2	0.0	10.7	0	10.7	0.00	0.00
L	19	20	2	6.7	2.8	6.7	2.8	0.06	0.02	T	28	27	1	18.4	5.1	18.1	5	1.47	1.36
L	10	20	1	9.0	3.7	9	3.7	0.18	0.08	T	28	27	2	-18.4	-3.8	-18.1	-3.7	1.47	1.43
L	10	20	2	-8.9	-3.5	-8.9	-3.5	0.04	0.02										
L	10	17	1	5.6	4.5	5.3	4.4	5.76	1.52										
L	10	17	2	-5.6	-4.5	-5.3	-4.4	5.57	1.45										
L	10	21	1	15.7	10.1	15.8	10	0.75	0.55										
L	10	21	2	-15.6	-9.9	-15.7	-9.8	0.91	0.66										
L	10	22	1	7.6	4.6	7.6	4.6	0.64	0.48										
L	10	22	2	-7.5	-4.5	-7.6	-4.5	1.44	1.07										
L	21	22	1	-1.9	-1.4	-1.8	-1.4	7.28	3.17										
L	21	22	2	1.9	1.4	1.8	1.4	7.30	3.19										
L	15	23	1	5.0	2.9	5	2.9	0.05	0.06										
L	15	23	2	-4.9	-2.9	-5	-2.9	1.10	1.33										
L	22	24	1	5.6	3.2	5.7	3.1	2.69	2.34										
L	22	24	2	-5.5	-3.1	-5.7	-3	3.71	3.23										
L	23	24	1	1.7	1.4	1.8	1.3	3.10	5.55										
L	23	24	2	-1.7	-1.3	-1.8	-1.2	4.35	8.09										

En la figura 6, se muestra el número de iteraciones que tardan los voltajes en converger.

**Figura 6**  
Convergencia del sistema de los voltajes.

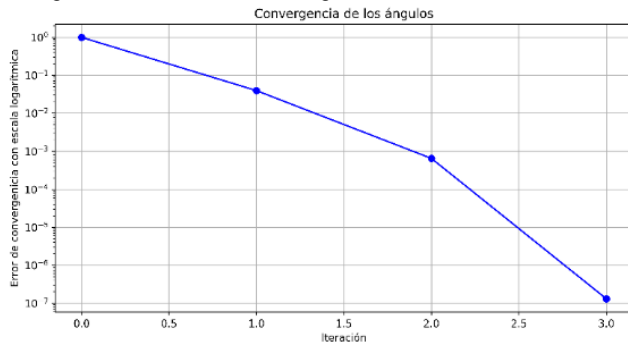




En la figura 7, se muestra el número de iteraciones que tardan los ángulos en converger.

**Figura 7**

Convergencia del sistema de los ángulos.



Se observa que con una tolerancia del 0.1%, el sistema converge en cuatro iteraciones.

En la tabla 6, se muestra la potencia de generación del bus Slack.

**Tabla 6**  
Potencia generada por el bus Slack.

Sistema		Herramienta computacional		OpenDSS	
Potencia generada del bus compensador					
Bus No	Bus Code	P MW	Q MVAR	P MW	Q MVAR
1	3	261.0	-16.8	260.9	-16.8

En la tabla 7, se muestran las pérdidas totales del sistema. Estas se determinaron con (29).

**Tabla 7**  
Pérdidas totales del sistema.

Herramienta computacional		OpenDSS	
Pérdidas totales del sistema			
P MW	Q MVAR	P MW	Q MVAR
17.6	33.3	17.6	33.3

#### IV. CONCLUSIONES

La herramienta computacional en su versión actual está diseñada para el cálculo de los parámetros representativos de los flujos de potencia en estado estacionario. Su implementación se realizó en el lenguaje de programación de Python, el cual es un software de código abierto. Esta herramienta permite obtener resultados aproximados respecto a los del software openDSS, en donde éste, es un software validado.

La solución del sistema mediante el método de Newton – Raphson, permite analizar la caída de los voltajes provocada por los elementos resistivos propios del sistema.

Se observa en la tabla 5, que los flujos de potencia están presentes en ambas direcciones, solo que el resultado es de signo contrario, y es modificado por la presencia de las pérdidas del sistema. Esta modificación permite, mediante la suma de los

mismos, la determinación de las pérdidas generadas por el elemento característico presente entre la interconexión. La suma de las pérdidas en cada interconexión, determina las pérdidas totales del sistema.

#### V. AGRADECIMIENTOS

Se agradece al sistema de becas CONAHCYT, por el apoyo destinado a la investigación para el desarrollo de las tecnologías. Se agradece al TECNM – Campus La Laguna y a la División de Estudios de Posgrado del mismo, por incentivar la investigación.

#### VI. REFERENCIAS

- Glover, J., Overbye, D., Jeffrey-Sarma, T., & Mulukutla, S. (2017). *Power system analysis & design*. Cengage Learning.
- Grainger, J. J., & Stevenson, W. D. (1996). *Análisis de Sistemas de Potencia*. McGRAW-HILL.
- Gross, C. (1979). *Power System Analysis*. John Wiley & Sons.
- Idema, R., & Lahaye, D. J. (2014). *Computational Methods in Power System Analysis*. Atlantis Press.
- Játiva, J., Constante, G., & Cabrera, G. (2014). Flujo de Potencia por Newton-Raphson con el Jacobiano Calculado en las Ecuaciones de Errores de Potencia. *REVISTA EPN*.
- Kundur, P. (1994). *Power System Stability and Control (part 1)*. - McGraw-Hill Professional.
- n.d. (2018). *Data Repository for Power system Open models With Evolving Resources*. <https://eGRIDdata.org/dataset/ieee-30-bus-power-flow-test-case>.
- Saadat, H. (1999). *Power System Analysis*. McGraw-Hill.
- Viqueira Landa, J. (2010). *Redes Eléctricas 1*. Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Wood, A. J., Wollenberg, B. F., & Sheblé, G. B. (2014). *Power Generation, Operation and Control*. John Wiley & Sons.

#### VII. AUTORES

Rubén Ángel Muñoz Castillo

<https://orcid.org/0009-0001-0362-3495>

Gerardo Enrique Ruiz Ponce

<https://orcid.org/0000-0003-1423-4222>

Concepción Hernández Flores

<https://orcid.org/0000-0002-4757-5309>

Marco Antonio Arjona López

<https://orcid.org/0000-0003-1826-4066>