



Regulación de Posición de un Robot Móvil Omnidireccional con Invarianza a Parámetros Intrínsecos

Sáenz-Esqueda, J.A.¹; Espinoza-Fraire, A. T.¹✉; Gandarilla-Esparza, I.¹; Saézn-Esqueda, C.¹

Datos de Adscripción:

¹ Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura - Universidad Juárez del Estado de Durango. Departamento de Estudios de Posgrado e Investigación. Av. Universidad S/N, CP: 35020 Colonia Filadelfia, Gómez Palacio, Durango, México

✉ atespinoza@ujed.mx

I. INTRODUCCIÓN

Resumen - En este artículo se describe cómo se ha ampliado un control servo-visual basado en imagen, diseñado inicialmente para robots manipuladores, para adaptarlo a robots móviles con ruedas omnidireccionales. El enfoque se basa en el uso de una ley de control proporcional-derivativo (PD) para regular tanto la posición como la orientación del robot móvil. Se utiliza una matriz 3x3 generada a partir de tres puntos visibles en la cámara para realizar el cálculo del error. Multiplicando los puntos visibles en el robot por la inversa de esta matriz, se logra una corrección precisa de la trayectoria. Esta metodología brinda una navegación sólida y flexible en ambientes cambiantes. El estudio resalta cómo el control servo-visual es versátil y se puede aplicar tanto en robots manipuladores como en robots móviles con ruedas omnidireccionales, lo que amplía las posibilidades de percepción y movimiento en diferentes aplicaciones robóticas. La inclusión de la tecnología servo-visual en plataformas móviles amplía las oportunidades en áreas como la logística automatizada, la exploración autónoma y el apoyo robótico en entornos complicados.

Palabras Clave: Control PD, Control Servo-Visual, Robots Móviles, Ruedas omnidireccionales,

Abstract - This article discusses how an image-based visual servo control, originally designed for manipulator robots, has been adapted for mobile robots equipped with omnidirectional wheels. The approach utilizes a proportional-derivative (PD) control law to regulate both the position and orientation of the mobile robot. A 3x3 matrix generated from three visible points captured by the camera, is used to compute the error. By multiplying the robot's visible points by the inverse of this matrix, precise trajectory correction is achieved. This methodology enables robust and flexible navigation in dynamic environments. The study demonstrates the versatility of visual servo control, showing that it can be applied to both manipulator robots and mobile robots with omnidirectional wheels, which expanding the possibilities for perception and movement across various robotic applications. The integration of visual servo technology into mobile platforms enhances opportunities in areas such as automated logistics, autonomous exploration, and robotic assistance in complex environments.

Keywords: Mobile robots, Omnidirectional Wheels, PD Control, Visual-Servoing

El control servo-visual es una técnica de control automático que permite generar la señal de control de algún sistema o planta mediante información de un sensor óptico. Mediante una imagen obtenida de una cámara y empleando visión artificial se puede generar una ley de control que calcule el torque, velocidad, corriente o voltaje para controlar un robot. Es posible manejar la información en espacio del mundo (metros) o en el espacio de la cámara (píxeles) para calcular un posible error que al ser ingresado en la ley de control calcule la acción correctiva para que el robot cumpla con la tarea especificada. En los tipos de robots donde se puede encontrar el mayor potencial del control servo-visual son los robots móviles y de manera más específica los robots móviles con ruedas (RMR) (Tzafestas, 2013).

Un algoritmo de control servo-visual, en la mayoría de los casos, comienza ubicando la posición y orientación respecto a un marco inercial o respecto a un objeto de referencia. Mediante los algoritmos de visión artificial, un RMR puede determinar su posición y orientación con base en la ubicación y orientación de la cámara. Esta información es adquirida, comparada y realimentada para calcular una acción de corrección (Espiau et al., 1992). Existen dos enfoques dependiendo del espacio donde es calculada la posición y orientación: el primero es el control Servo-Visual Basado en Posición (PBVS - por sus siglas en inglés) (Al-shanoon et al., 2018), que estima la posición del RMR en unidades del mundo real (por ejemplo, metros, pulgadas, centímetros), y el segundo es el Control Servo-Visual Basado en Imagen (IBVS), que realiza la estimación en píxeles (Ferro et al., 2019). Para un análisis más detallado de estas dos técnicas, se recomienda la referencia (Hutchinson et al., 1996).

Las dos técnicas mencionadas anteriormente han permitido que los RMR operen en entornos más complejos y dinámicos, mejorando su capacidad de navegación y desempeño en tareas específicas. Algunos trabajos recientes sobre control Servo-Visual en RMR incluyen: en (Li et al., 2018), donde se desarrolla un control utilizando la técnica IBVS para un RMR de dos ruedas. En esta propuesta, no se requiere una imagen de referencia para regular la posición; en su lugar, se emplea un algoritmo de control adaptable para alcanzar la posición con mediciones de los objetos en el entorno del robot. Este enfoque innovador permite que el robot se ajuste de manera autónoma a cambios en el entorno, mejorando su adaptabilidad y eficiencia operativa. En (Wang et al., 2020), se describe un control PBVS que considera incertidumbre en los parámetros y aplica una ley de control adaptable para reducir dicha incertidumbre. Un trabajo similar es el de (Sharma et al., 2020), donde se estiman los parámetros extrínsecos mediante el método de gradientes y modos deslizantes. Estas investigaciones reflejan el continuo avance y la diversificación de las estrategias de control Servo-Visual,

destacando la importancia de la adaptabilidad y precisión en la navegación de robots móviles.

El control propuesto se inspira en (Malis, 2004), desarrollado originalmente para robots manipuladores. La metodología presenta un problema que es la estimación de la profundidad. Un robot manipulador puede moverse en el espacio con lo cual la distancia entre la cámara y su objetivo es variable. Por lo cual es necesario de otros sensores además de la cámara, e.g. encoders, o el uso de observadores y filtros para estimar la profundidad. Lo anterior complica su aplicación en robots manipuladores. Por otro lado, expandiendo esta metodología para robots móviles tal estimación puede ser sorteada ya que el robot móvil, al desplazarse sobre un plano, permite conocer su profundidad. El diseño de control propuesto incorpora parámetros como la distancia focal, el centro focal, la resolución del sensor y la distorsión radial, lo que permite un enfoque más robusto y preciso en la navegación y operación del RMR.

La estructura del artículo es la siguiente: la sección II presenta la parte técnica del artículo. La sección comienza por el modelado mecánico del robot que comprende la cinemática y la dinámica. Luego, se añade la dinámica de los motores al modelo para hacerlo más realista. A continuación, se expone el modelo de la cámara, considerando un marco no ortogonal para incluir la distorsión radial. La última subsección de la sección II describe la derivación del control invariante a los parámetros intrínsecos. Los resultados de las simulaciones se presentan en la sección IV y las conclusiones en la sección V.

II. PARTE TÉCNICA DEL ARTÍCULO

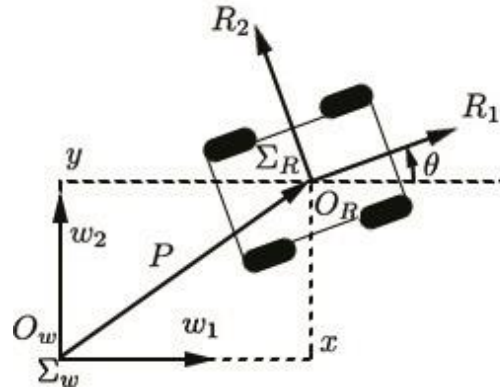
En esta sección se presentan el modelo cinemático y dinámico del robot considerado. La dinámica considera tanto la parte mecánica como eléctrica. Así también se describe el modelo de la cámara para obtener la postura del robot en el espacio de la imagen. En dicho modelo se considera la deformación de la imagen. La parte final de esta sección se presenta la ley de control propuesta y la prueba de estabilidad en el sentido de Lyapunov.

Nota: Las funciones trigonométricas $\sin(\varepsilon)$ y $\cos(\varepsilon)$ serán representadas como s_ε y c_ε , respectivamente.

2.1 Modelo cinemático y dinámico del robot

La obtención del modelo se realizó mediante los procedimientos descritos en (Campion et al., 1996). Para comenzar el análisis es necesario reconocer cada uno de los cuerpos que conforman al RMR. Se tiene un total de 5 cuerpos, lo que viene siendo el cuerpo más grande y pesado corresponde al chasis. En el chasis es conformado enteramente de aluminio y es donde se fija la electrónica, baterías y motores de corriente continua. Los otros 4 cuerpos son las ruedas mecanum o ruedas suecas. Estas ruedas contienen pequeños rodillos en la parte exterior que van a permitir un deslizamiento lateral.

Figura 1
Diagrama de cuerpo libre de un OMR.



La postura de un RMR es la posición y orientación del robot y sirve para describir la ubicación del robot respecto a un marco ortogonal y su orientación, respecto al mismo. El marco respecto al cual se va a medir la postura es al marco inercial Σ_w denotado por $O_w - W_1 W_2$ siendo O_w su origen. También se define un marco móvil Σ_R fijado al robot, denotado por $O_R - R_1 R_2$ con su origen en O_R (véase la Figura 1). La postura del robot es descrita por las variables x , y para la posición y θ para la orientación:

1. x , y son las variables que indican la posición del origen del marco Σ_R con respecto al marco inercial Σ_w .

$$P = [x \ y]^T \quad (1)$$

2. θ indica la orientación del marco Σ_R respecto al marco Σ_w .

La posición está considerada en metros y la orientación en radianes. También se definen las matrices de rotación $R_R^W(\theta)$ que rota del marco Σ_R al marco Σ_w y $R_W^R(\theta)$ que rota del marco Σ_w al marco Σ_R :

$$R_R^W(\theta) = \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 \\ s_\theta & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

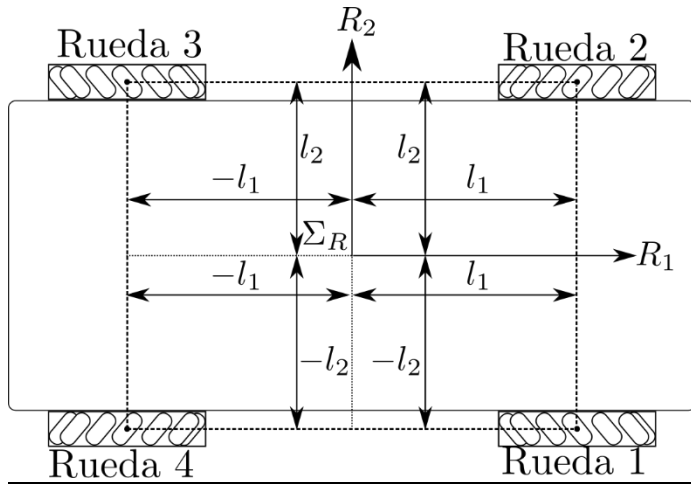
$$R_W^R(\theta) = \begin{bmatrix} c_\theta & s_\theta & 0 \\ -s_\theta & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

La distribución de las ruedas y la distancia de cada una de ellas respecto al marco Σ_R está descrito en la Figura 2.

Sea ξ el vector que contiene la postura del robot medida desde el marco Σ_w . La definición del vector es:

$$\xi = [x \ y \ \theta]^T \quad (4)$$

Figura 2
 Distribución de las ruedas en el RMR



La derivada respecto al tiempo de ξ corresponde a las velocidades lineales y angular:

$$\frac{d}{dt}(\xi) = \dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para obtener el modelo dinámico es necesario conocer las velocidades del robot respecto al marco Σ_R por lo que es necesario aplicar la siguiente transformación:

$$\eta = \begin{bmatrix} \dot{x}^R \\ \dot{y}^R \\ \dot{\theta}^R \end{bmatrix} = R_W^R(\theta) \xi \quad (6)$$

Donde η es el vector de las velocidades del robot vistas desde el marco Σ_R . Ahora es necesario calcular las velocidades de las ruedas en función de las velocidades del robot. El vector que contiene las velocidades es $\dot{\phi}$ que es un vector de longitud 4 y es definido como:

$$\dot{\phi} = [\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_4]^T \quad (7)$$

La transformación que calcula la velocidad a la cual deben de girar las ruedas:

$$\dot{\phi} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 & L \\ 1 & -1 & -L \\ 1 & 1 & -L \\ 1 & -1 & L \end{bmatrix} \eta = E\eta \quad (8)$$

La matriz E es la matriz jacobiana y tiene la particularidad de ser una matriz constante. Para obtenerla solamente se necesita conocer r que es el radio de las ruedas y L que es la distancia desde el origen de Σ_R al centro de cada una de las ruedas. Para este caso en particular el robot tiene una forma rectangular y el origen de Σ_R corresponde con el centro geométrico lo que hace que todas las ruedas se encuentren a la misma distancia desde el centro. Esto fue seleccionado así con el propósito de simplificar el modelado.

En algunos casos es conveniente conocer cuáles serían las velocidades que se generarían en el robot si tenemos una determinada combinación de velocidades en las ruedas. El método más común sería despejar η de (8), sin embargo, se presenta un detalle al momento de que E tiene forma triangular y por lo tanto no tiene inversa. Para estos casos se requiere utilizar la llamada pseudo-inversa izquierda que será representada por E^+ la cual se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$E^+ = (E^T E)^{-1} E^T$$

Al desarrollarla se obtiene:

$$E^+ = \frac{r}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Con el desarrollo anterior ya se puede despejar η de (8) obteniendo la siguiente expresión:

$$\eta = E^+ \dot{\phi} \quad (10)$$

Con todo el desarrollo anterior ya es posible definir una trayectoria en el marco inercial y obtener las velocidades de las ruedas que cumplan dicha trayectoria. Así como también es posible definir una función de las velocidades de las ruedas y conocer cuál sería su trayectoria resultante en el marco inercial.

Lo siguiente definir el modelo dinámico para conocer el comportamiento del robot en función de sus parámetros físicos que son masas e inercias. La dinámica que gobierna el al OMR es:

$$\frac{k_a}{R_a} E^T u = \bar{M}_v \dot{\eta} + \bar{C}_v \eta + E^T f_m(\eta) \quad (11)$$

donde

$$\bar{M}_v = J_m r_e E^T E + \frac{1}{r_e} \bar{M} \quad (12)$$

$$\bar{C}_v = \frac{k_a}{R_a} k_b r_e E^T E + \frac{1}{r_e} \bar{C} \quad (13)$$

$$\bar{M} = R_W^R(\theta) M_R R_R^W(\theta) + E^T M_\varphi E \quad (14)$$

$$\bar{C} = R_W^R(\theta) M_R R_R^W(\theta) \quad (15)$$

$$M_R = \text{diag}(m_R, m_R, I_{RZ}) \quad (16)$$

$$M_\varphi = \text{diag}(I_{\varphi y}, I_{\varphi y}, I_{\varphi y}, I_{\varphi y}) \quad (17)$$

La función $f_m(\eta)$ es el modelo con el que se desea aproximar la fricción. En este caso se considera un modelo de fricción de viscosa la cual es definida de la siguiente manera

$$f_m(\eta) = \begin{bmatrix} k_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{v2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{v3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{v4} \end{bmatrix} \varphi \quad (18)$$

con k_{vi} , $i = 1, 2, 3, 4$ es el coeficiente de fricción viscosa entre el eje del motor y el rodamiento donde descansa el eje correspondiente. Sin embargo, es posible cambiar el modelo de fricción por uno de Lugre o Coulomb si se aprecia que no es lo suficiente preciso.

La ecuación (11) considera los parámetros mecánicos que son masa e inercia del chasis, la inercia de las ruedas y la fricción existente entre las ruedas y el piso. Así como también considera los parámetros eléctricos que son los parámetros de los motores de corriente continua como la resistencia de armadura, la inductancia, la constante de torque y la constante contraelectromotriz. Es importante mencionar que se considera que los cuatro motores son iguales lo que implica que si bien, los parámetros no son idénticos, hay muy poca diferencia entre los valores de cada uno. La consideración es importante ya que permite que la \bar{M}_v y \bar{C}_v cumplan con las siguientes propiedades:

- La matriz de inercia \bar{M}_v es constante, i.e.

$$\frac{d}{dt}(\bar{M}_v) = 0 \quad (19)$$

- La matriz \bar{C}_v es de fuerzas giroscópicas con lo cual es una matriz antisimétrica.

$$\xi^T \bar{C}_v \xi = 0 \quad (20)$$

Cada uno de los parámetros utilizados en el modelo es descrito en la Tabla 1.

Tabla 1
Tabla de parámetros del robot

Parámetros	Símbolo
Masa del robot	M_R
Inercia del robot	I_{RZ}
Inercia de las ruedas	I_φ
Resistencia de armadura	R_a
Constante contraelectromotriz	k_b
Constante de torque	k_a
Inercia en el eje	J_m
Distancia 1	l_1
Distancia 2	l_2
Fricción en el eje	$f_m(\cdot)$
Reducción de engranes	r_e
Radio de la rueda	r

2.2 Modelo de la cámara.

En esta sección se plantea un método para transformar las coordenadas de un punto en el espacio de la imagen a un espacio invariante a los parámetros intrínsecos de la cámara.

Para poder modelar una cámara es necesario establecer dos espacios en los que se va a trabajar. En visión artificial un objeto puede representarse en dos espacios distintos. El primero es conocido como espacio del mundo y es postura de un objeto (i.e. posición y orientación) respecto a un cualquier marco ortogonal, que generalmente se describe respecto al marco inercial o marco del mundo. El segundo espacio es el espacio de la cámara y este representa la postura en las mediciones de la cámara que suelen ser pixeles para la posición.

Los modelos de las cámaras pueden considerar distorsión de la imagen o no. En algunos casos la distorsión es tan grande como en las cámaras GoPro donde no es posible ignorarla, pero existentes lentes como los Fujifilm Tipo C de 13 mm que presentan una distorsión tan pequeña que puede ser ignorada. Dependiendo de si se considera distorsión en la imagen o no, la orientación puede tener la misma representación en ambos espacios. Si no se considera distorsión en la imagen, los marcos en ambos espacios son ortogonales, la orientación es idéntica pudiendo ser obtenida por las funciones $\tan^{-1}(\cdot)$ o $\tan 2^{-1}(\cdot, \cdot)$. En cambio, si se considera distorsión, el marco en el espacio de la imagen es no ortogonal existiendo un ángulo diferente de 90 grados entre sus ejes y teniendo que compensar dicha diferencia de ángulo.

Considerando dos marcos y un punto como los que se muestran en la Figura 3. Sea Σ_W el marco del mundo, Σ_C el marco asignado a la cámara. El origen de Σ_C es llamado *centro focal* y es donde todos los rayos de luz que entran por la lente

convergen. Sea $\chi = [x \ y \ z]^T$ las coordenadas desde el marco Σ_W de un punto visible por la cámara. Para obtener las coordenadas desde el marco Σ_C (i.e. χ^C) se realiza la siguiente transformación

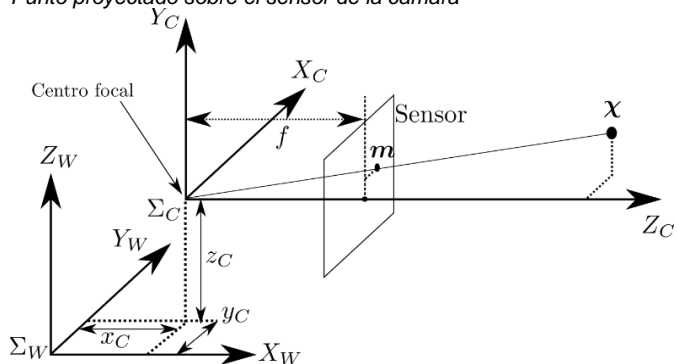
$$\chi^C = \begin{bmatrix} x^C \\ y^C \\ z^C \end{bmatrix} = R_W^C \chi - t^C \quad (21)$$

con

$$R_W^C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} \quad (22)$$

La ecuación (21) también es conocida como transformación de homografía (Cuevas et al., 2010). Para convertir un punto en coordenadas del mundo (i.e. χ^C) a coordenadas en el espacio de la imagen es necesario conocer los parámetros intrínsecos de la cámara. Estos parámetros varían en cada cámara, incluso aunque sean del mismo modelo. De acuerdo con lo reportando en (Cuevas et al., 2010; Malis, 2004).

Figura 3
Punto proyectado sobre el sensor de la cámara



Los parámetros de una cámara no son fijos, estos pueden variar en el tiempo, aunque de una manera muy lenta por lo que pueden considerarse constantes en un periodo de tiempo relativamente corto. Los parámetros considerados pueden observarse en las Figura 3 y Figura 4. La Figura 3 muestra los parámetros extrínsecos y un parámetro intrínseco: los parámetros extrínsecos son la posición y orientación de la cámara respecto al marco inercial, y el parámetro intrínseco es la distancia focal. En la Figura 4 se pueden apreciar otros dos parámetros intrínsecos que son el centro focal y un marco no ortogonal para modelar la distorsión radial. Por último, faltaría un parámetro intrínseco que corresponde a las constantes que convierten las coordenadas en el espacio del mundo (i.e. metros) a las coordenadas en el espacio de la cámara (i.e. pixeles). En la Tabla 2 se menciona cuáles son las variables que se utilizan para definirlos y una descripción de cada uno.

La conversión de un punto en coordenadas del mundo a coordenadas en el espacio de la imagen se realiza de la siguiente manera. La selección de una técnica u otra depende de la precisión que se desea obtener. Si se desea corregir errores pequeños lo recomendable es el PBVS ya que se estima la distancia en el espacio del mundo con lo cual la cámara es localizada cerca del objetivo para obtener una precisión. Por otro lado, si se desea corregir grandes errores se recomienda el IBVS ya que en esta técnica se recomienda que la cámara esté alejada para poder observar toda el área de trabajo pudiendo hacer correcciones, aunque el robot se encuentre relativamente alejado del objetivo deseado.

Figura 4
Parámetros intrínsecos de la cámara

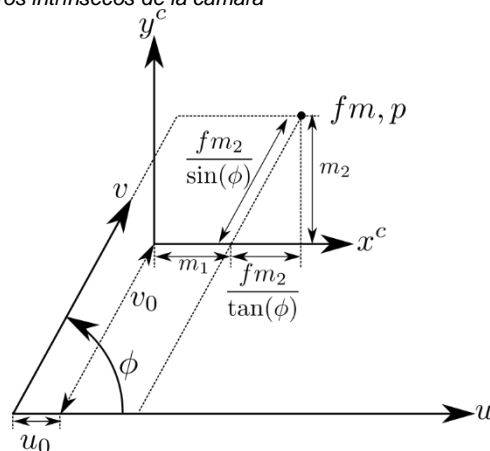


Tabla 2
Símbolos para los parámetros intrínsecos

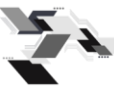
Parámetros	Símbolo
Distancia focal	f
Constante de conversión de metros a pixeles en el eje u	k_u
Constante de conversión de metros a pixeles en el eje v	k_v
Ángulo existente entre los ejes u y v	ϕ
Distancia desde el centro focal hasta el marco Σ_f a lo largo del eje u	u_0
Distancia desde el centro focal hasta el marco Σ_f a lo largo del eje v	v_0

2.3 Formulación del problema

Sea $m \in \mathbb{R}^3$ un vector tal que

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z^C} \chi^C = \frac{1}{z^C} \begin{bmatrix} x^C \\ y^C \\ z^C \end{bmatrix} \quad (23)$$

El vector m son las coordenadas sobre un plano donde z^C es la unidad. Para encontrar la proyección sobre el sensor de la



cámara y pasarlo al espacio de la imagen se realiza la siguiente transformación.

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ 1 \end{bmatrix} = Km \quad (24)$$

$$K = \begin{bmatrix} f k_u & \frac{f k_u}{\tan(\phi)} & u_0 \\ 0 & \frac{f k_v}{\sin(\phi)} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Suponiendo que existan cuatro puntos P_1, P_2, P_3, P_4 en la imagen. Se puede encontrar un vector $q \in \mathbb{R}^3$ que representa al punto P^4 pero las coordenadas se encuentran en un espacio invariante a los parámetros de la cámara. Dicho vector se obtiene de la siguiente manera:

$$Q = [P_1 \ P_2 \ P_3] \quad (26)$$

$$Q = KM = K[m_1 \ m_2 \ m_3] \quad (27)$$

$$Q^{-1} = M^{-1}K^{-1} \quad (28)$$

$$q = Q^{-1}P_4 \quad (29)$$

$$q = M^{-1}K^{-1}Km_4 \quad (30)$$

$$q = M^{-1}m_4 \quad (31)$$

Para que el desarrollo anterior sea correcto se debe de demostrar que Q^{-1} existe. Una condición necesaria y suficiente es demostrar que el determinante de Q (i.e. $|Q|$) es diferente de cero. Primero es necesario aclarar que la estructura de Q es la siguiente

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Puede observarse que el último renglón está conformado únicamente por valores igual a 1. El cálculo del determinante es el siguiente:

$$|Q| = q_{11}(q_{22}) - q_{12}(q_{23}) + q_{13}(q_{21}) - 1(q_{22})(q_{13}) - 1(q_{23})(q_{11}) - 1(q_{21})(q_{12})$$

$$|Q| = q_{11}(q_{22} - q_{23}) + q_{12}(q_{23} - q_{21}) + q_{13}(q_{21} - q_{22}) \quad (33)$$

Por lo tanto, se debe de cumplir que:

$$q_{11}(q_{22} - q_{23}) + q_{12}(q_{23} - q_{21}) + q_{13}(q_{21} - q_{22}) \neq 0 \quad (34)$$

La expresión anterior se cumple siempre y cuando los tres puntos no se puedan unir por una misma línea recta. Para que Q^{-1} exista los puntos P_1, P_2, P_3 no deben ser colineales. En caso de que sean colineales, existiría dependencia lineal entre las columnas de Q haciendo que el determinante sea cero e impidiendo la obtención de la inversa.

2.4 Ley de control.

En esta sección se obtiene una ley de control cinemática semejante a la presentada en (Cuevas et al., 2010). La diferencia es que el error se obtiene en el espacio invariante a los parámetros intrínsecos de la cámara. Existen 6 marcas disponibles en la imagen, entonces es posible controlar 3 grados de libertad. Sea $s \in \mathbb{R}^3$ el vector que contiene los puntos $q_k, k=4, 5, 6$.

$$s = [q_4^T \ q_5^T \ q_6^T]^T \quad (35)$$

Sea $\eta \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidades lineales y rotacionales de la cámara. Para cada punto q_k se tiene

$$\dot{q} = Q^{-1}(\dot{P}_k - q_{k1}\dot{P}_1 - q_{k2}\dot{P}_2 - q_{k3}\dot{P}_3)$$

Para obtener las velocidades de cada punto $P_i, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ se emplea la matriz de interacción o Jacobiana de la imagen (i.e. J_i) reportada en (Espiau et al., 1992).

$$\dot{P}_i = \begin{bmatrix} \dot{p}_{i1} \\ \dot{p}_{i2} \\ \dot{p}_3 \end{bmatrix} = J_{pi}\eta \quad (36)$$

$$J_{pi} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{z_i^C} & 0 & 1 + q_{i1} \\ 0 & -\frac{1}{z_i^C} & -q_{i1}q_{i2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

La derivada en el tiempo de (36) es

$$\dot{s} = J_s \eta \quad (38)$$

donde

$$J_s = Q^{-1}(J_{pk} - q_{k1}J_{p1} - q_{k2}J_{p2} - q_{k3}J_{p3}) \quad (39)$$

Se define el error \tilde{s} como

$$\tilde{s} = s^* - s \quad (40)$$

la derivada con respecto al tiempo del error (i.e. $\dot{\tilde{s}}$) es

$$\dot{\tilde{s}} = \dot{s} \quad (41)$$

Sustituyendo la ecuación (39) en la ecuación anterior se tiene

$$\tilde{s} = J_s \eta \quad (42)$$

Proponiendo que la minimización del error sea un decaimiento exponencial

$$\dot{\tilde{s}} = -\Lambda \tilde{s} \quad (43)$$

La ley de control propuesta es

$$u = -\Lambda G J_s^+ \tilde{s} \quad (44)$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3), \quad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0 \quad (46)$$

Para el análisis de estabilidad se utiliza la siguiente función de Lyapunov

$$V(\tilde{s}) = \frac{1}{2} \|\tilde{s}\|^2 \quad (47)$$

La derivada en el tiempo de $V(\tilde{s})$ es

$$\dot{V}(\tilde{s}) = -\Lambda \tilde{s}^T J_s G + G J_s^+ \tilde{s} \quad (48)$$

escogiendo valores $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$ es suficiente para probar estabilidad global

IV. RESULTADOS Y DISCUSION

Para realizar las simulaciones se seleccionaron las siguientes señales deseadas:

$$s^* = \begin{bmatrix} -0.1 \sin(0.1t) \\ 0.1 \cos(0.1t) \\ \frac{\pi}{2} \sin(0.02t) \end{bmatrix}, \quad \dot{s}^* = \begin{bmatrix} -0.01 \cos(0.1t) \\ 0.01 \sin(0.1t) \\ 0.01 \pi \cos(0.02t) \end{bmatrix} \quad (49)$$

La trayectoria deseada en la posición representa un círculo con un radio de 10 cm y una periodicidad de 31.4 segundos. La trayectoria en la orientación también es una función del tiempo con una periodicidad de aproximadamente 100 segundos. Lo anterior implica que mientras se realiza la trayectoria del círculo el robot va girando sobre su propio eje. En caso de necesitar que el robot gire en sincronía con el círculo, el argumento dentro de las funciones trigonometrías de x^* , y^* debe de ser la trayectoria deseada de θ^* .

La simulación se realizó usando MATLAB/SIMULINK 2021B. La duración total de la simulación es de 120 segundos. La matriz de ganancias Λ se ajustó a $\Lambda = \text{diag}(8, 11, 9)$. En las Figuras 5 y 6 se presentan los resultados de las velocidades del robot obtenidos en simulación. En la Figura 5 se observan las gráficas de las velocidades deseadas y las realizadas por el robot. La curva que se presenta como línea continua es la señal deseada y la línea punteada es la salida. Se puede apreciar que las curvas resultantes están prácticamente empalmadas lo que indica que

el error es un valor muy cercano a cero. En la Figura 6 se grafica el error de velocidad, observándose que los errores son valores cercanos a cero, lo que hace concordancia con la Figura anterior. En tiempo cero se puede apreciar un pequeño pico que es natural su existencia ya que el robot parte del reposo. Sin embargo, este es rápidamente compensado por la ley de control llevando al robot a la velocidad indicada. El movimiento del robot es descrito por el robot visto desde el marco inercial que se muestra en la Figura 7.

Figura 5

Grafica de señal deseada y señal de salida

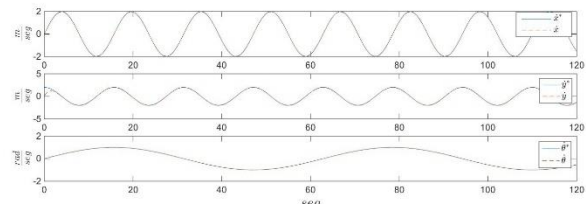


Figura 6

Graficas del error

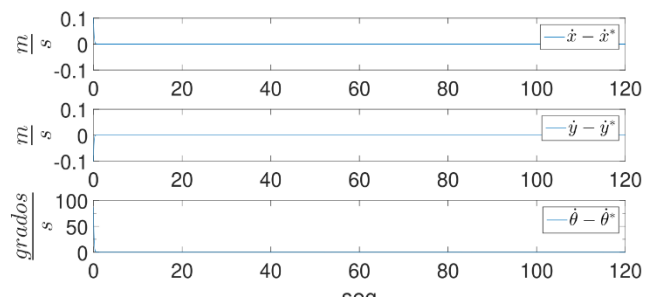
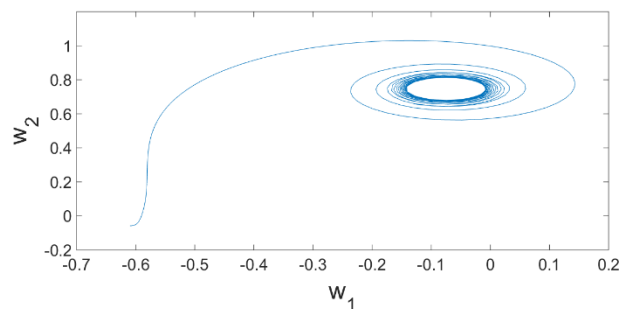


Figura 7

Trayectoria realizada por el robot



V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un control servo-visual para un RMR de 4 cuatro ruedas. El control diseñado permite absorber los parámetros intrínsecos por medio de una matriz que se construye a partir de tres puntos visibles. La única condición es que los tres puntos no sean colineales para que exista la inversa. Los resultados obtenidos en simulación fueron satisfactorios. El controlador calcula el voltaje de armadura de los motores de cada rueda, por lo que no es necesario contar con controles de corriente en los motores ni tampoco encoder ya que no es



requerida la velocidad de las ruedas. La trayectoria propuesta es un círculo con un diámetro de 20 centímetros en el cual se observa que es la trayectoria realizada.

Los resultados muestran que esta ley de control es un buen candidato para aplicaciones prácticas. Dentro de las ventajas técnicas que presenta esta metodología, es el poder utilizar una gran variedad de cámaras, ya que puede absorber las deformaciones radiales de la imagen. Una segunda ventaja es la posibilidad de utilizar un robot con solamente la etapa de potencia y receptor de señales, ya que no se requiere el uso de sensores adicionales como centrales inerciales o encoders. Donde es necesario prestar atención, es en el área de trabajo del robot ya que la cámara requerirá de una mayor altura para poder abarcar un área mayor, lo cual también está relacionado a la resolución de la cámara. Por lo tanto, entre mayor área de trabajo se quiera abarcar, se necesitará una cámara de mayor resolución. Las aplicaciones de este tipo de controles pueden ser tareas para interiores como puede ser traslado de inventario, revisión de zonas, asistencia personal o mapeos de estructuras.

VI. REFERENCIAS

- Al-shanoon, A., Tan, A. H., & Wang, Y. (2018). Mobile Robot Regulation with Position Based Visual Servoing. *International Conference on Computational Intelligence and Virtual Environments for Measurement Systems and Applications (CIVEMSA)*, 1–6.
- Campion, G., Bastin, G., & D'Andréa-Novel, B. (1996). Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(1), 47–62.
- Cuevas, E., Zaldívar, D., & Pérez, M. (2010). *Procesamiento digital de imágenes con MATLAB y Simulink*. Alfaomega.
- Espiau, B., Chaumette, F., & Rives, P. (1992). A New Approach to Visual Servoing in Robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(3), 14.
- Ferro, M., Paolillo, A., Cherubini, A., & Vendittelli, M. (2019). Vision-Based Navigation of Omnidirectional Mobile Robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(3), 2691–2698. <https://doi.org/10.1109/LRA.2019.2913077>
- Hutchinson, S., Hager, G. D. D., & Corke, P. I. I. (1996). A Tutorial on Visual Servo Control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5), 651–670. <https://doi.org/10.1109/70.538972>
- Li, B., Zhang, X., Fang, Y., & Shi, W. (2018). Visual Servoing of Wheeled Mobile Robots Without Desired Images. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 49(8), 2835–2844. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2018.2828333>
- Malis, E. (2004). Visual servoing invariant to changes in camera intrinsic parameters. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*.
- Sharma, R. S., Shukla, S., Behera, L., & Subramanian, V. K. (2020). Position-Based Visual Servoing of a Mobile Robot with an Automatic Extrinsic Calibration Scheme. *Robotica*, 38(5), 1–14. <https://doi.org/10.1017/S0263574719001115>
- Tzafestas, S. G. (2013). *Introduction to Mobile Robot Control*. Elsevier.

- Wang, F., Qin, Y., Guo, F., Ren, B., & Yeow, J. T. W. (2020). Adaptive Visually Servoed Tracking Control for Wheeled Mobile Robot with Uncertain Model Parameters in Complex Environment. *Complexity*, 2020, 1–13. <https://doi.org/10.1155/2020/8836468>

VII. AUTORES

José Armando Sáenz Esqueda

 <https://orcid.org/0000-0002-6567-2946>

Arturo Tadeo Espinoza Fraire

 <https://orcid.org/0000-0001-5619-7744>

Isaac Gandarilla Esparza

 <https://orcid.org/0000-0001-8094-6653>

Cristina Sáenz Esqueda

 <https://orcid.org/0009-0000-5435-1867>